Vorlesung: Angewandte Sensorik

Prof. J. Zhang
zhang@informatik.uni-hamburg.de

Universität Hamburg
Fachbereich Informatik
AB Technische Aspekte Multimodaler Systeme

02. Februar 2004

Einführung in die Fuzzy-Regelung

„The way we have to describe Nature is generally incomprehensive to us.“
- **Richard P. Feynman**, „QED. The Strange Theory of Light and Matter“

„It should be possible to explain the laws of physics to a barmaid.“
- **Albert Einstein**

Inhaltsverzeichnis

Adaptive Methoden zur Regelung (1)

- Regelung kann aufgefasst werden als Abbildung von einem Sensorraum auf Aktionen.
- In vielen Fällen ist *a priori* nicht bekannt, welche Messgrößen besonders wichtig für die Auswahl von Aktionen sind.
- Manche Systeme sind nur sehr schwer mathematisch zu beschreiben.
- Oft sind die Sensordaten ungenau, verrauscht und/oder hochdimensional.
- Das Erstellen einer optimalen Abbildung zwischen Sonsorraum und Aktionen ist dann mit klassischen regelungstechnischen Methoden sehr schwierig.
- Um solche Systeme regeln zu können, muss eine einfachere Methode zur Beschreibung benutzt werden oder die Regelung muss sich an die Bedingungen anpassen.

Adaptive Methoden zur Regelung (2)

Modelle für Adaptive Regler:

- Neuronale Netze
  - *Adaptive Linear Combinator* (ALC)
  - *Multi-Layer Perceptron* (MLP)
  - *Functional Link Network*
  - *Radial Basis Functions* (RBF)
  - *Associative Memory Networks* (AMNs)
  - ...
- Fuzzy-Controller
  - *Conventional Controller* (Mamdani-Typ)
  - *Funktionsapproximator* - TSK-Modell oder B-Spline-Modell

Lernverfahren

- Überwachtes Lernen
- Reinforcement-Lernen
- Unüberwachtes-Lernen

Mehr zu Lernverfahren im Sommersemester in der Vorlesung „Maschinelles Lernen“!

Vergleich: menschliches Gehirn und Computer

Kriterium	Gehirn	Computer
Parallelität	hoch	niedrig
Präzision	mäßig	hoch
Fehlertoleranz	hoch	niedrig
Speicherzugriff	global	lokal
numerische, präzise Berechnungen	schlecht	gut
Erkennung von Mustern	gut	schlecht
fehlerloses Speichern von Daten	schlecht	gut
Selbstorganisation	ja	bisher nicht
Verallgemeinern von Beispielen	gut	schlecht

Fuzzy-Regelung (1)

- Ungenaue natürsprachliche Abstufungen von Begriffen wie „**groß**“, „**schön**“, „**stark**“ ...
- Menschliche Denk- und Verhaltensmodelle mit der einstufigen Logik:

  Autofahren: *wenn-dann*-Regeln

  Autoparken: Genau auf den Millimeter?
- Unscharfe Sprache statt numerischer Beschreibung:

  Bremse 2.52 m vor der Kurve! → nur in Maschinensystemen

  Bremse kurz vor der Kurve! → in natürlicher Sprache

Fuzzy-Regelung (2)

L.A. Zadeh's **principle of incompatibility**:

„*Stated informally, the essence of this principle is that as the complexity of a system increases, our ability to make precise and yet significant statements about its behaviour diminishes until a threshold is reached beyond which precision and significance (or relevance) become almost mutually exclusive characteristics.*“

Fuzzy-Regelung (3)

- *Fuzzy* bedeutet: unscharf, verschwommen, vage, unklar, ...
- Die Fuzzy-Regelung benutzt Fuzzy-Menge/Fuzzy-Logik als Mechanismus zur
  - Abstraktion von unnötigen/zu komplexen Details,
  - Behandlung von Problemen, die nicht einfach mit *ja* oder *nein* beantwortet werden können,
  - Modellierung von (*soft*) Konzepten ohne scharfe Grenzen.
  - "Computing with words".

Charakteristische Funktion

Definition:

Scharfe Mengen lassen sich definieren durch Angabe ihrer charakteristischen Funktion:

$$\mu_{\mathcal{A}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für} x \in \mathcal{A} \\ 0 & \text{für} x \notin \mathcal{A}, \end{cases}$$

wobei $\mu_{\mathcal{A}} : X \to \{0, 1\}$ ist.

Zugehörigkeitsfunktion

Definition:

Für **Fuzzy-Mengen** A verwendet man eine verallgemeinerte charakteristische Funktion μ_A, die jedem Element $x \in X$ eine reelle Zahl aus $[0, 1]$ zuordnet:

$$\mu_A : X \to [0, 1]$$

Die Funktion μ_A wird als Zugehörigkeitsfunktion (ZF) bezeichnet. Sie gibt den „Grad“ an, zu dem das Element x zur beschriebenen unscharfen Menge A gehört.

Fuzzy-Menge (1)

Definition:

Eine **Fuzzy-Menge** A über einem Universum X ist gegeben durch eine Abbildung $\mu_A : X \to [0,1]$. Für alle $x \in X$ bezeichnet $\mu_A(x)$ den Grad der Zugehörigkeit (des Enthaltenseins) von x in A.

Fuzzy-Menge (2)

Definition:

Als **Trägermenge** einer Fuzzy-Menge bezeichnet man die Menge aller Elemente aus X mit positiver Zugehörigkeit zu A:

$$support(\mu_A(x)) = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\}$$

Fuzzy-Menge (3)

Notation:

$$\begin{aligned} X \text{ endlich:} \quad A &= \mu_A(x_1)/x_1 + \cdots + \mu_A(x_n)/x_n \\ &= \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)/x_i \\ X \text{ unendlich:} \quad A &= \int_X \mu_A(x)/x \end{aligned}$$

Fuzzy-Menge (4)

Beispiele:

- Die Menge der ganzen Zahlen, die ungefähr gleich 10 sind:

$$G_{10} = 0.1/7 + 0.5/8 + 0.8/9 + 1/10 + 0.8/11 + 0.5/12 + 0.1/13$$

- Die Menge der reellen Zahlen, die ungefähr gleich 10 sind:

$$G_{10} = \int_{\Re} e^{-(x-10)^2}/x$$

Linguistische Variablen und Linguistische Terme (1)

- In **Anwendungen** werden Fuzzy-Mengen zumeist eingesetzt zur Modellierung **linguistischer Terme**.
- Viele Begriffe der natürlichen Sprache lassen sich durch Fuzzy-Mengen charakterisieren.
- Ein *linguistischer Term (Wert, Label)* ist die Quantifizierung eines Begriffes der natürlichen Sprache durch eine Fuzzy-Menge.
- Eine **linguistische Variable** ist eine Variable, die eine Reihe linguistischer Terme annehmen kann.

Linguistische Variablen und Linguistische Terme (2)

Beispiele:

- linguistische Variable: „**GESCHWINDIGKEIT**“
- linguistische Terme von „**GESCHWINDIGKEIT**“: „**hoch**“, „**niedrig**“, „**rasant**“, „**ökonomisch**“
- linguistische Variable: „**GEBÄUDE**“
- linguistischen Terme von „**GEBÄUDE**“: „**Hütte**“, „**Bungalow**“, „**Wolkenkratzer**“

Linguistische Variable

Eine **linguistische Variable** ist durch ein Quintupel

$$(v, T(v), X, G, M)$$

charakterisiert.

Dabei ist:

v: der Name der Variable;

$T(v)$: eine Menge von linguistischen Termen von v, wobei jeder Wert eine Fuzzy-Menge in dem Universum X ist;

G: eine Syntaxregel, die $T(v)$ aus einer Menge von Grundtermen erzeugt;

M: eine semantische Regel, die jedem Wert von $T(v)$ seine Bedeutung zuordnet.

Darstellungen der Zugehörigkeitsfunktionen

- Diskrete Darstellung:
  - Array mit fester Größe,
  - Speicherung der ZF-Werte für den gesamten x-Wertebereich,
  - beliebige Formen.
- Parametrische Darstellung:
  - Funktionen mit Parametern,
  - wenig Speicherplatz,
  - typische Arten: Singleton, Dreiecksform, Trapezform, Glockenkurve, B-Spline Basisfunktionen.

Erstellen der Zugehörigkeitsfunktionen

- Kontext-abhängige Spezifikation:
  experimentell, unter Berücksichtigung der jeweiligen Anwendung.
- Aufbau durch Sample-Daten:
  Clustering, Lagrange-Interpolation, „Least-square Curve Fitting“, Neuronale Netze.
- Wissenserwerb durch Experten:
  ein Experte oder mehrere, direkt und indirekt.

Grundidee der Fuzzy-Regelung

- Beschreibung des gewünschten Reglerverhaltens mit Hilfe umgangssprachlicher, qualitativer Regeln.
- Quantifizierung linguistischer Werte durch Fuzzy-Mengen.
- Regel–Auswertung durch Verfahren der Fuzzy-Logik bzw. der Interpolation.

Fuzzy-Regeln

In einer Fuzzy-Regelung wird die Einflußnahme auf die dynamischen Verhältnisse eines Fuzzy-Systems durch eine Menge linguistischer Beschreibungsregeln in der folgenden Form charakterisiert:

IF (eine Menge Konditionen werden erfüllt)
THEN (eine Menge Konsequenzen können bestimmt werden)

In den Prämissen (Antecedenten) vom IF-Teil:
linguistische Variablen aus der Domäne der Prozesszustände;

In den Konklusionen (Konsequenten) vom THEN-Teil:
linguistische Variablen aus der Regelungsdomäne.

Prinzip der Fuzzy-Regelung

- **intelligente Regelung:**
  Verwendung von Expertenwissen
- **linguistische Regelung:**
  Regelung ist transparent, ein Pluspunkt für Mensch-Maschine-Schnittstelle
- **parallele Regelung:**
  Modularisierung, hohe Verarbeitungsgeschwindigkeit

Vorteile der Fuzzy-Regelung

- Reglerentwurf ohne besondere Modellkenntnisse möglich
- Reglerentwurf effizient
- Echtzeit-Anforderungen erfüllt
- Robustheit auch beim Einsatz von billigen Sensoren

Vergleich von Fuzzy-Controller Modellen (1)

IF-Teil:

- Alle Fuzzy-Controller setzen Fuzzy-Mengen zur Modellierung von linguistischen Termen für die Eingabe ein.
- Der Eingabebereich wird überlappend partitioniert.
- Dies reflektiert die vage Modellierung durch linguistische Konzepte.
- Außerdem wird ein kontinuierlicher Übergang der Ausgabewerte ermöglicht.

Vergleich von Fuzzy-Controller Modellen (2)

IF-Teil:

- Der IF-Teil einer Regel wird folgendermaßen modelliert:

  $$\boxed{(x_1 \text{ is } A^1_{i_1}) \text{ and } (x_2 \text{ is } A^2_{i_2}) \text{ and } \ldots (x_n \text{ is } A^n_{i_n}),}$$

  wobei x_j die j-te Eingabe $(j = 1, \ldots, n)$ und $A^j_{i_j}$ der i-te linguistische Term definiert auf x_j ist.
- Die „und“-Operation wird als so genannte t-Norm implementiert.
- In den meisten Anwendungen handelt es sich dabei um eine Minimum- oder Produkt-Operation.

Vergleich von Fuzzy-Controller Modellen (3)

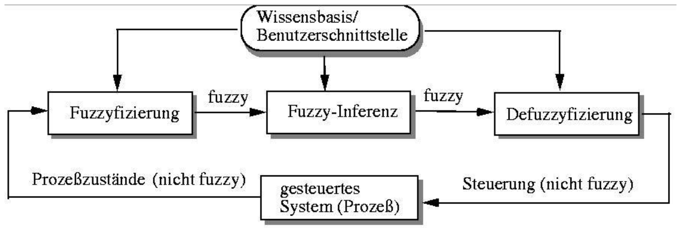
Zugehörigkeitsfunktion:

- typisch: trianguläre oder trapezoide Zugehörigkeitsfunktionen
- modernere Systeme: „Gaussian“, „Cauchy“, „$sinc$“, „Laplace“, „Logistic“, „Hyperbolic Tangent“
- Problem: Alle Funktionen brauchen neben den Partitionspositionen (*Knoten*) weitere Parameter.
- Weil die Knoten das intrinsische Ergebnis einer Partitionierung sind, ist die Wahl der übrigen Parameter weder natürlich noch intuitiv.
- Linguistische Terme die auf B-Spline Basisfunktionen beruhen, können allein auf Grundlage der Knoten gebildet werden und brauchen <u>keine</u> weiteren Parameter.

Komponenten der Fuzzy-Regelung

Ein kompletter Fuzzy-Controller besteht aus insgesamt vier Komponenten:

- einer Wissensbasis,
- einem Fuzzyfizierer,
- einer Inferenz-Maschine,
- und einem Defuzzyfizierer.



Wissensbasis

In der Wissensbasis ist das Expertenwissen abgelegt, auf das sich ein Fuzzy-System während einer Regelung stützt. In ihr befinden sich

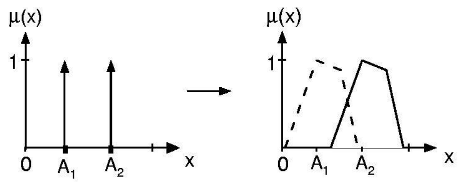
die Zugehörigkeitsfunktionen,
mit denen die linguistischen Terme der linguistischen Variablen (die Ein- und Ausgangsgrößen) mathematisch beschrieben werden;

die Zugehörigkeitsfunktionen des Fuzzyfizierers,
in rechner-internen Darstellungen;

die Regelungsstrategien,
in Form von *wenn-dann*-Regeln abgespeichert.

Fuzzyfizierer

Der Fuzzyfizierer wandelt die „scharfen“ Eingangsgrößen in Fuzzy-Mengen um. Die dafür vorgesehenen Zugehörigkeitsfunktionen werden dazu wie eine Hülle um den jeweiligen Eingangswert gelegt.



Mit dem Fuzzyfizierer wird es möglich, Unschärfen der Eingangsgrößen, wie z.B. Fehlertoleranzen von Sensoren, zu berücksichtigen.

Inferenz-Maschine (1)

- Die Inferenz-Maschine vergleicht die fuzzyfizierten Eingangswerte mit den Zugehörigkeitsfunktionen der Antecedenten für jede Regel.
- Daraus erschließt sie durch geeignete Kombination die Fuzzy-Mengen der Ausgangsvariablen (Konsequenten).
- Für die mathematische Modellierung des Vergleichs und des Schlußfolgerns existieren viele Lösungsvorschläge.
- Eine einfache Methode ist die Inferenz mit Hilfe der Min-Max-Operatoren.

Inferenz-Maschine (2)

Beispiel:

Gegeben sei ein Regelsystem mit zwei Antecedenten A und B und einer Konsequenten C:

R_1: IF (x is A_1 and y is B_1) THEN (z is C_1)

R_2: IF (x is A_2 and y is B_2) THEN (z is C_2)

...

R_k: IF (x is A_k and y is B_k) THEN (z is C_k)

Inferenz-Maschine (3)

- Zunächst werden die fuzzyfizierten Eingangsdaten A' und B' mit den ZF A_i und B_i der i-ten Regel verglichen, und man erhält so für jede Regel die *Übereinstimmungsmaße* a_{A_i} und a_{B_i}:

$$a_{A_i} = \max(\min(A', A_i))$$

$$a_{B_i} = \max(\min(B', B_i))$$

- Diese Übereinstimmungsmaße werden schließlich zu einem Gesamtmaß ω_i' verknüpft, das den Erfüllungsgrad der gesamten Eingangsbedingungen der i-ten Regel angibt:

$$\omega_i' = \min(a_{A_i}, a_{B_i})$$

Inferenz-Maschine (4)

- Der Erfüllungsgrad kann noch zusätzlich mit einem Regelgewicht $r_i \in [0, 1]$ multipliziert werden.
- Regeln, die z.B. in Alarmfällen die Sicherheit gewährleisten sollen, können dadurch gegenüber anderen Regeln stärker gewichtet werden. Man erhält somit:

$$\omega_i = r_i \cdot \omega_i'$$

- Die tatsächliche Schlußfolgerungsfunktion C_i' des Konsequenten C_i errechnet sich aus:

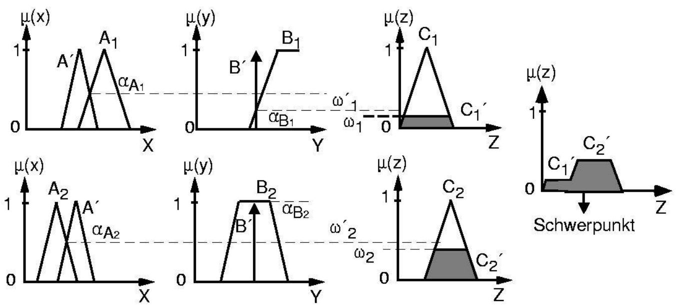
$$C_i' = \min(\omega_i, C_i)$$

- Zuletzt faßt man alle Schlußfolgerungen C_i' zusammen und erhält die Ausgangsfunktion C_A:

$$C_A = \max(C_1', C_2', \ldots, C_k')$$

Inferenz-Maschine (5)

Bei Regelsystemen mit mehreren Ausgangsvariablen können die Ausgangsfunktionen unabhängig voneinander nach obigem Schema bestimmt werden.



Defuzzyfikation

- Um in einem Regelungsprozeß konkrete Stellgrößen an die Aktuatoren senden zu können, müssen aus den durch die Inferenz gewonnenen Ausgangsfunktionen „scharfe“ Ausgangswerte gebildet werden.
- Eine vernünftige Vorgehensweise ist die Schwerpunktmethode.
- Der Ausgangswert wird hierbei als Schwerpunkt der Ausgangsfunktion bezüglich ihrer Abszisse berechnet.

Fuzzy-Regler: Mamdani-Typ

- Der klassische Fuzzy-Regeler des Mamdani-Typs basiert auf der direkten Nutzung symbolischer Regeln.

IF	$(x_1$ is $A^1_{i_1})$ and $(x_2$ is $A^2_{i_2})$ and ... and $(x_n$ is $A^n_{i_n})$
THEN	y is B_k

  wobei B_k eine Fuzzy-Menge mit den gleichen Eigenschaften wie im IF-Teil, $k = 1, \ldots, t$, und t die Anzahl der Linguistischen Terme die y modellieren ist.
- Das Zusammenfassen der Ausgabewerte aller aktiven Regeln geschieht mit dem *max*-Operator.
- Eine einfacher zu berechnende Variation des Zusammenfassens ist die einfache Addition der Ausgabewerte.

Probleme der Regler des Mamdani-Typs

- viele Freiheitsgrade beim Entwurf
  (Implikations-Relation, Inferenz-Mechanismen, Fuzzyfikation- und Defuzzyfikationsstrategie, ...)
- Auswahl und Quantifizierung der linguistischen Werte erfordert Erfahrung
  (keine systematischen Richtlinien)
- keine Aussage über die Wirkung der Wahl der Zugehörigkeitsfunktions-Form
  (warum Dreiecke/Trapeze? andere Funktionen?)
- Bewertungskriterien für einen optimalen Regler
  (Glätte, Approximations-Genauigkeit, ...)
- Nachweis der Stabilität
  (wie bei fast allen nicht-linearen Systemen)

Zwei Typen adaptiver Fuzzy-Regler

- **Sugeno-Typ**:

IF	x_1 is A^i_1 and x_2 is A^i_2 and ... and x_n is A^i_n
THEN	$y = p^i_0 + p^i_1 x_1 + p^i_2 x_2 + \cdots + p^i_n x_n$

  wobei die Parameter von A^i_1 bis A^n_i, sowie $p^i_0, p^i_1, p^i_2, \cdots + p^i_n$ adaptiv gewonnen werden können.
  (Erfolgreich eingesetzt bei Funktionsapproximation und überwachtem Lernen.)
- **B-Spline-Typ**:
  Nachbildung der B-Spline-Interpolation mit Hilfe von *a priori* Wissen.
  Ein spezieller Sugeno-Typ, aber effektiver, schneller, geeignet für überwachtes Lernen und unüberwachtes Lernen.

B-Spline Fuzzy-Regler

Eine $Regel(i_1, i_2, \ldots, i_n)$ mit n konjunktiven Termen in den IF-Teilen ist gegeben durch:

IF $(x_1$ is $X^1_{i_1,k_1})$ and $(x_2$ is $X^2_{i_2,k_2})$ and $\ldots$ and $(x_n$ is $X^n_{i_n,k_n})$
THEN y is $Y_{i_1 i_2 \ldots i_n}$

wobei

- x_j: die j-te Eingabe ($j = 1, \ldots, n$),
- k_j: die Ordnung der B-spline Basisfunktion für x_j,
- $X^j_{i_j,k_j}$: der i-te linguistische Term von x_j definiert durch eine B-spline Basisfunktion ist,
- $i_j = 1, \ldots, m_j$, repräsentiert wie fein die j-te Eingabe fuzzy-partitioniert ist und
- $Y_{i_1 i_2 \ldots i_n}$: die Kontrollpunkte (*deBoor*-Punkte) der $Regel(i_1, i_2, \ldots, i_n)$ sind.

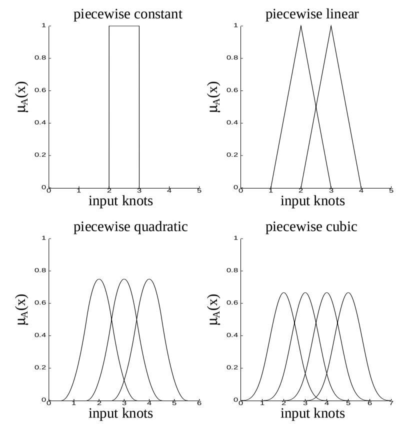
B-Spline Basisfunktion (1)

- Sei x die Eingabe des zu regelnden Systems definiert auf dem Intervall$[x_1, x_m]$.
- Mit einer Sequenz geordneter Parameter (Knoten) $x_1, x_2, \ldots$ ist der i-te B-spline $N_{i,k}$ der Ordnung k (Grad $k-1$) rekursiv wie folgt definiert:

$$N_{i,k}(x) = \begin{cases} \begin{cases} 1 & \text{for } x \in [x_i, x_{i+1}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} & \text{if } k = 1 \\ \frac{x - x_i}{x_{i+k-1} - x_i} N_{i,k-1}(x) + \frac{x_{i+k} - x}{x_{i+k} - x_{i+1}} N_{i+1,k-1}(x) & \text{if } k > 1 \end{cases}$$

mit $i = 1, \ldots, m - k$.

B-Spline Basisfunktion (2)



Literatur

[1]