

## Vorlesung: Angewandte Sensorik

Prof. J. Zhang

zhang@informatik.uni-hamburg.de

Universität Hamburg

Fachbereich Informatik

AB Technische Aspekte Multimodaler Systeme

16. Dezember 2005

## Inhaltsverzeichnis

Kalibrierung einer Kamera: Grundkonzept . . . . .	.307
Kameramodell mit Linsenzeichnung . . . . .	.316
Arten von Verzeichnungen . . . . .	.320
<i>radial alignment constraint (RAC)</i> . . . . .	.329
Tsai's RAC-basierte Kamerakalibrierung . . . . .	.333

## Kalibrierung einer Kamera: Grundkonzept

Das Lochkamera-Modell aus der vorangegangenen Vorlesung lieferte für die Kalibrierung

- die drei unabhängigen extrinsischen Parameter von  $R$ ,
- die drei unabhängigen extrinsischen Parameter von  $t$
- und die intrinsischen Parameter  $f_x$ ,  $f_y$ ,  $C_x$  und  $C_y$ .

## Kalibrationspunkte

Die Kalibrierung erfolgt mit einer Menge von  $m$  Objektpunkten, die

- (a) bekannte Weltkoordinaten  $\{x_{w,i}, y_{w,i}, z_{w,i}\}$ ,  $i = 1, \dots, m$  in hinreichend genauer Präzision haben und
- (b) innerhalb des Sichtfeldes der Kamera liegen.

Diese *Kalibrationspunkte* werden im Kamerabild mit ihren respektiven Kamerakoordinaten  $\{X_i, Y_i\}$  detektiert.

## Kalibrierung

- Das Problem bei der Kalibrierung einer Kamera ist die Identifikation der unbekanntenen Koeffizienten des Kameramodells.
- Die Bestimmung für das verzeichnungsfreie Kameramodell liefert explizit die Position der Kamera in Weltkoordinaten.
- Die grundlegendste Strategie für eine Kamerakalibration ermittelt die Koeffizienten mit Hilfe der *linear-least-squares-Identifikation* der im folgenden vorgestellten *perspektivischen Transformationsmatrix* (engl. *Perspective Transformation Matrix*).

## Verzeichnungsfreies Kameramodell

Das verzeichnungsfreie Kameramodell

$$X = f_w \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + t_x}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z},$$

$$Y = f_y \frac{r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + t_y}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z}$$

lässt sich umschreiben zu

$$X = \frac{a_{11}x_w + a_{12}y_w + a_{13}z_w + a_{14}}{a_{31}x_w + a_{32}y_w + a_{33}z_w + a_{34}}$$

$$Y = \frac{a_{21}x_w + a_{22}y_w + a_{23}z_w + a_{24}}{a_{31}x_w + a_{32}y_w + a_{33}z_w + a_{34}}$$

## Perspektivische Transformationsmatrix

- Es kann  $a_{34} = 1$  gesetzt werden, da eine Skalierung der Koeffizienten  $a_{11}, \dots, a_{34}$  die Werte von  $X$  und  $Y$  nicht ändert.
- Die Koeffizienten  $a_{11}, \dots, a_{34}$  korrespondieren mit der so genannten *perspektivischen Transformationsmatrix*.
- Die vorangegangenen beiden Gleichungen können im folgenden Identifikationsmodell zusammengefasst werden:

$$\begin{bmatrix} x_w & y_w & z_w & 1 & 0 & 0 & 0 & -Xx_w & -Xy_w & -Xz_w \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_w & y_w & z_w & 1 & -Yx_w & -Yy_w & -Yz_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ a_{24} \\ a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$

## Least Squares

- Die elf unbekanntenen Koeffizienten  $a_{11}, \dots, a_{33}$  werden mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt.
- Minimal sind sechs Kalibrationspunkte notwendig.
- Jedes Paar Datenpunkte  $\{(x_{w,i}, y_{w,i}, z_{w,i}), (X_i, Y_i)\}$  liefert zwei algebraische Gleichungen mit den gesuchten Koeffizienten.
- Es kann gezeigt werden, dass die Kalibrationspunkte nicht koplanar sein dürfen.
- Ist dies nicht der Fall, ist die erste Matrix im Identifikationsmodell singular, da die Spalten 3 und 4 sowie 7 und 8 linear abhängig sind.

## Probleme

- Die vorgestellte Lösung ist noch nicht global optimal, da bisher keine Linseverzeichnung berücksichtigt wurde.
- Es ist nicht möglich explizit die Rotationsmatrix  $R$  und den Translationsvektor  $t$  zu bestimmen.
- Das bedeutet die vorgestellte Kalibration ermöglicht nicht die Nutzung einer Kamera, die an einem sich bewegenden Roboterarm montiert ist.
- Die Herstellung eines präzisen 3D-Kalibrationsaufbaus ist aufwendiger als eine 2D-Kalibrationsplatte.

## Stereo-Vision (1)

- Die bisher vorgestellte Kalibrierungsmethode ermöglicht allerdings eine schnelle, wenn auch unpräzise Messung von Punkten mit einem Stereo-Kameraaufbau.
- Dazu werden zwei Kameras  $A$  und  $B$  kalibriert und liefern die Kalibrationsvektoren  $a^A$  und  $a^B$ .
- Dann kann die Koordinate  $\{x_w, y_w, z_w\}$  eines jeden Punktes der von beiden Kameras gesehen wird berechnet werden.
- Jeder unbekannte Punkt hat die korrespondierenden Bildkoordinaten  $\{X^A, Y^A\}$  und  $\{X^B, Y^B\}$ .

## Stereo-Vision (2)

Mit der Gleichung

$$\begin{bmatrix} a_{11} - a_{31}X & a_{12} - a_{32}X & a_{13} - a_{33}X \\ a_{21} - a_{31}Y & a_{22} - a_{32}Y & a_{23} - a_{33}Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - a_{14} \\ Y - a_{24} \end{bmatrix}$$

für jede Kamera entsteht ein überbestimmtes Gleichungssystem, welches die Bestimmung der 3D-Koordinate eines Punktes aus den Bildkoordinaten erlaubt.

## Kameramodell mit Linseverzeichnung

- Reale Kameras und Linsen verursachen eine Vielzahl von Abbildungsfehlern und genügen nicht dem vorangegangenen Modell.
- Die Hauptfehlerquellen sind:
  - (a) Räumliche Auflösung relativ gering, da die Auflösung der Kameras ebenfalls noch gering ist. (Aktuelle IEEE1394-DV-Kameras: 320x200, 640x480 (30 fps); 800x600, 1024x768 (15 fps), 1280x960 (7.5 fps))
  - (b) Die meisten (billigen) Linsen sind unsymmetrisch und erzeugen Verzerrungen.
  - (c) Der Zusammenbau der Kamera ist nicht präzise durchführbar. (Der Mittelpunkt des CCD-Chips liegt nicht auf der optischen Achse. Der Chip liegt nicht parallel zur Linse.)
  - (d) Timing-Fehler zwischen Kamera-Hardware und Grabber-Hardware.

## Verzeichnung

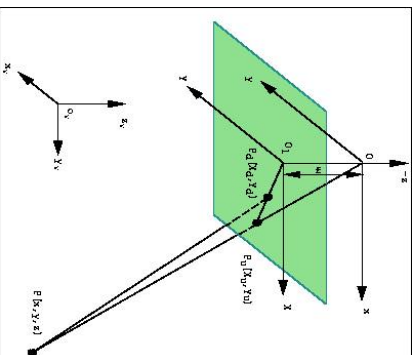
- Verzeichnung durch das Linsensystem resultiert in einer geänderten Position der Bildpixel auf der Bildebene.
- Das Lockkameramodell wird dem nicht mehr gerecht.
- Es wird ersetzt durch folgendes Modell:

$$u' = u + D_u(u, v)$$

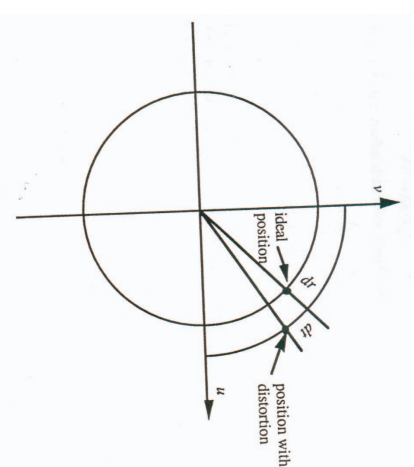
$$v' = v + D_v(u, v)$$

wobei  $u$  und  $v$  die nicht beobachtbaren, verzerrungsfreien Bildkoordinaten sind und  $u'$  und  $v'$  die korrespondierenden verzerrten Koordinaten.

## Verzeichnung (2)



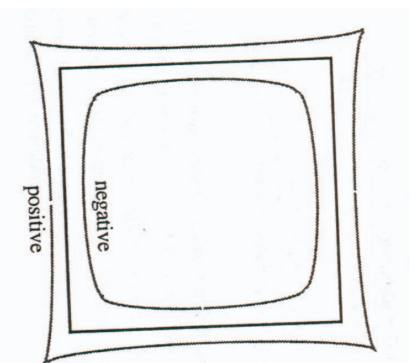
## Verzeichnung (3)



## Arten von Verzeichnungen

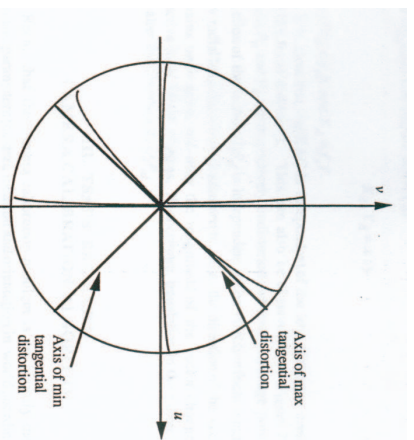
- Es gibt zwei Arten von Verzeichnungen:
  - ◆ *radial* und
  - ◆ *tangential*
- Radiale Verzeichnung verursacht einen Versatz der idealen Position nach innen (Tonne) oder außen (Nadelkissen).
- Ursache: fehlerhafte radiale Krümmung der Linse.

## Radiale Verzerrung



gerade Linien → keine Verzerrung

## Tangentiale Verzerrung



gerade Linien → keine Verzerrung

## Modellierung der Linienverzerrung

- Nach Weng et. al. (1992) unterscheidet man drei Verzerrungen, die modelliert werden:
  1. Radiale Linienverzerrung (engl. *radial distortion*)
  2. Dezentrierende Verzerrung (engl. *decentering distortion*)
  3. Verzerrung des dünnen Prismas (engl. *thin prism distortion*)
- Die dezentrierende Verzerrung und die Verzerrung des dünnen Prismas sind sowohl radial als auch tangential.
- Bei der dezentrierenden Verzerrung sind die optischen Zentren der Linsen nicht kollinear.

## Modell: Radiale Verzerrung

$$\begin{aligned}
 D_{ur} &= ku(u^2 + v^2) + O[(u, v)^5] \\
 D_{vr} &= kv(u^2 + v^2) + O[(u, v)^5]
 \end{aligned}$$

## Modell: Dezentrierende Verzeichnung

### Dezentrierende Verzeichnung

$$D_{ud} = p_1(3u^2 + v^2) + 2p_2uv + O[(u, v)^4]$$

$$D_{vd} = 2p_1uv + p_2(u^2 + 3v^2) + O[(u, v)^4]$$

## Modell: Verzeichnung des dünnen Prismas

### Verzeichnung des dünnen Prismas

$$D_{up} = s_1(u^2 + v^2) + O[(u, v)^4]$$

$$D_{vp} = s_2(u^2 + v^2) + O[(u, v)^4]$$

## Gesamtmodell der Linssenverzeichnung

Wir ignorieren die Terme mit Ordnung höher als 4 und fassen die vorangegangenen Modelle zusammen:

### Gesamtmodell der Linssenverzeichnung

$$D_u = ku(u^2 + v^2) + (p_1(3u^2 + v^2) + 2p_2uv) + s_1(u^2 + v^2)$$

$$D_v = kv(u^2 + v^2) + (2p_1uv + p_2(u^2 + 3v^2)) + s_2(u^2 + v^2)$$

## Vereinfachtes Modell

Da die radiale Linssenverzeichnung der dominierende Effekt ist, kann folgendes Gleichungssystem als vereinfachtes Kameramodell verwendet werden:

### Vereinfachtes Kameramodell mit Verzeichnung

$$u' = u(1 + k_1 r^2)$$

$$v' = v(1 + k_1' r^2)$$

$$\text{mit } r^2 = u^2 + v^2$$

## Radialer Verzeichnungsbeiwert

Da  $u$  und  $v$  unbekannt sind, werden diese durch die messbaren Bildkoordinaten  $X$  und  $Y$  ersetzt. Daher gilt:

$$r^2 = (X/s_u)^2 + (Y/s_v)^2$$

Definiert man  $k \equiv k' s_v^2$ , den **radialen Verzeichnungsbeiwert** (engl. *radial distortion coefficient*), dann folgt

$$\mu \equiv \frac{f_y}{f_x} = \frac{s_v}{s_u}$$

und

$$r^2 \equiv \mu^2 X^2 + Y^2$$

## Modell für kleine radiale Verzerrungen

Mit den oben genannten Modifikationen erhält man folgendes Kameramodell für kleine radiale Verzerrungen:

$$X(1 + kr^2) \cong f_x \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + t_x}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z},$$

$$Y(1 + kr^2) \cong f_y \frac{r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + t_y}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z}$$

## Variation

Ein für das *least squares* Verfahren nützlicher Trick ist die Verwendung der folgenden Variation des vorigen Modells

$$\frac{X}{1 + kr^2} \cong f_x \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + t_x}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z},$$

$$\frac{Y}{1 + kr^2} \cong f_y \frac{r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + t_y}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z}$$

und gilt unter der Annahme, dass  $kr^2 \ll 1$  ist.

## radial alignment constraint

Wenn neben der radialen keine weiteren Verzerrungen auftreten, erhält man das *radial alignment constraint (RAC)*:

$$\frac{X}{Y} = \mu^{-1} \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + t_x}{r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + t_y}$$

bzw.:

$$X_d : Y_d = x : y$$

mit  $X_d = f_x X$  und  $Y_d = f_y Y$ .

## Tsai's RAC-basierte Kamerakalibrierung

- Annahme  $C_x, C_y$  und  $\mu$  sind bekannt.
- Ziel ist die Ermittlung der extrinsischen Parameter  $R$  und  $t$  sowie der intrinsischen Parameter  $f_x, f_y$  und  $k$ .
- Für die Kalibrierung wird eine Menge **koplanarer** Kalibrationspunkte verwendet werden.
- Die Kalibrierung beinhaltet zwei Schritte:
  1. Ermitteln der Rotationsmatrix  $R$  und der Komponenten  $t_x$  und  $t_y$  des Translationsvektors.
  2. Schätzung der übrigen Parameter aufgrund der Ergebnisse des ersten Schrittes.

## Literatur

- [1] WENG, JUYANG, PAUL COHEN und MARC HERNIOU: *Camera Calibration with Distortion Models and Accuracy Evaluation*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 14(10):965–980, 1992.
- [2] ZHUANG, HANQI und ZVI S. ROTH: *Camera-aided robot calibration*, Kapitel 2.11.A, 3.1 und 3.11, Seiten 11–14 und 63–68. CRC Press Inc, 1996.