Vorlesung: Angewandte Sensorik

Prof. J. Zhang
zhang@informatik.uni-hamburg.de

Universität Hamburg
Fachbereich Informatik
AB Technische Aspekte Multimodaler Systeme

28. Oktober 2005

Inhaltsverzeichnis

Allgemeine Informationen (1)

Vorlesung:	Freitag 10:15 s.t - 11:45 s.t.
Raum:	F334
Web:	http://tams-www.informatik.uni-hamburg.de/lehre/
Name:	Prof. Dr. Jianwei Zhang
Büro:	F308
E-mail:	zhang@informatik.uni-hamburg.de
Sprechstunde:	Donnerstag 15:00 - 16:00
Sekretariat:	Tatjana Tetsis
Büro:	F311
Tel.:	2430
E-mail:	tetsis@informatik.uni-hamburg.de

Allgemeine Informationen (2)

Übungen:	Freitag 08:30 s.t - 10:00 s.t.
Raum:	F334
Web:	http://tams-www.informatik.uni-hamburg.de/lehre/
Name:	Daniel Westhoff
Büro:	F307
Tel.:	2512
E-mail:	westhoff@informatik.uni-hamburg.de
Sprechstunde:	nach Vereinbarung

Vorkenntnisse

- Grundlagen der Physik
- (Grundlagen der Elektrotechnik)
- lineare Algebra
- elementare Matrizenalgebra
- Wahrscheinlichkeitstheorie
- Grundlagen der statistischen Methoden
- Programmierkenntnisse

Ergänzende Vorlesungen

- Signalverarbeitung
- Regelungstechnik
- Bildverarbeitung
- Maschinelles Lernen

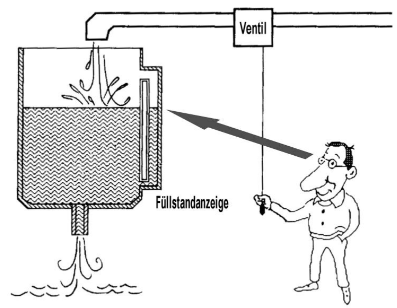
Sensorgrundlagen

Was ist ein Sensor?

Definition:

Ein Sensor ist eine Einheit, die ein Signal oder Stimulus

- empfängt
- und darauf reagiert.



Der Sensor besteht aus zwei Teilen:

- der Füllstandanzeige und
- dem menschlichen Auge,

das ein Signal an das Gehirn sendet.

Physikalische Sensoren

Natürliche Sensoren:

- Reaktion ist elektrochemisches Signal auf Nervenbahnen.
- **Beispiele:** Hören, Sehen, Tasten, ...

Physikalische Sensoren:

Definition:

Ein physikalischer Sensor ist eine Einheit, die ein Signal oder Stimulus

- empfängt
- und darauf mit einem *elektrischen Signal* reagiert.

Stimulus

Es ist wichtig den Begriff *Stimulus* genau zu verstehen:

Definition:

Ein Stimulus ist eine

- Größe,
- Eigenschaft oder
- Beschaffenheit,

die wahrgenommen und in ein elektrisches Signal umgewandelt wird.

Ein- und Ausgangssignal

Eingangssignal:

- Ein Sensor wandelt ein (generell) nicht-elektrisches Signal in ein elektrisches um.

Ausgangssignal:

- Das Ausgangssignal kann
  - eine Spannung,
  - ein Strom oder
  - eine Ladung

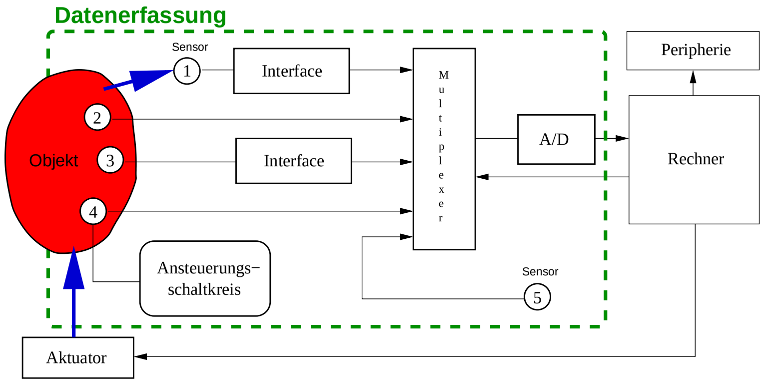
  sein.
- Es kann weiter unterscheidbar sein durch
  - Amplitude,
  - Frequenz oder
  - Phase.

Sensortypen

Ein System kann verschiedene Sensortypen beinhalten:

- **extrinsisch:**
  Ermitteln von Informationen über die <u>Systemumgebung</u>
- **intrinsisch:**
  Ermitteln von Informationen über den <u>internen Systemzustand</u>

- **aktiv:**
  Variieren <u>angelegtes elektrisches Signal</u> bei Veränderung des Stimulus
- **passiv:**
  Erzeugen <u>direkt</u> ein elektrisches Signal bei Veränderung des Stimulus



Sensortypen:	
1.: extrinsisch, passiv	2. und 3.: intrinsisch, passiv
4.: intrinsisch, aktiv	5.: intrinsisch (in der Datenerfassung), passiv

Multiplexer (MUX)

- Schalter bzw. Weiche
- verbindet Signale einzeln mit dem A/D-Wandler
- Vorteil: nur ein A/D-Wandler notwendig
- Rechner steuert das Timing des MUX

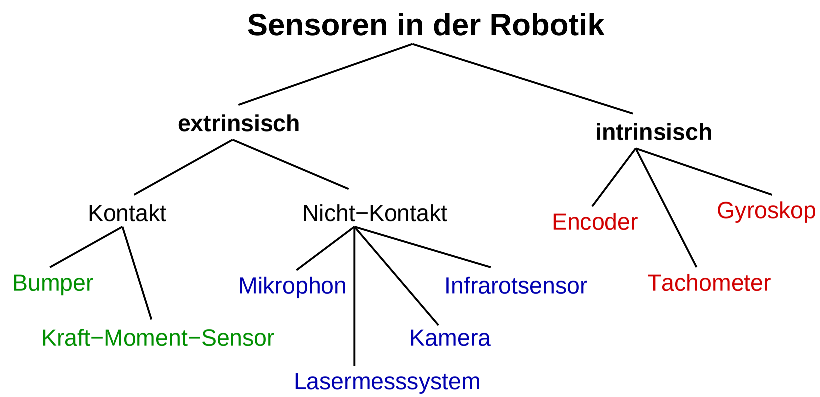
Digitale Sensorausgaben können auch direkt an den Rechner gehen.

Sensorklassifikation

Klassifikation von Sensoren anhand von:

- Art des Stimulus,
- Eigenschaften, Spezifikation und Parameter,
- Art wie Stimulus detektiert wird,
- Art der Umwandlung von Stimulus in Ausgangssignal,
- Material des Sensors und/oder
- Einsatzgebiet

Beispiel: Klassifikation



Messen mit Sensoren

- wichtiges wissenschaftliches Kriterium: *Reproduzierbarkeit*
- wissenschaftliche Aussagen müssen vergleichbar sein
- Aussagen müssen *quantitativ* sein, sie müssen auf Messungen beruhen
- Messergebnis besteht aus:
  - Maßeinheit
  - Zahlenwert
- zusätzlich: Angabe der Genauigkeit der Messung

Es gibt keinen Messprozess, der ein fehlerloses, absolut genaues Ergebnis liefert!

Messfehler

systematischer Fehler:

- Fehler wird durch den Sensor verursacht
- z.B.: falsche Eichung, dauernd vorhandene Störungen wie Reibung
- lässt sich nur durch sorgfältiges Untersuchen der Fehlerquelle beseitigen

zufälliger (statistischer) Fehler:

- Fehler wird durch unvermeidbare, regellose Störungen verursacht
- bei wiederholter Messung weichen Einzelergebnisse voneinander ab
- Einzelergebnisse schwanken um einen Mittelwert

Fehlerangabe

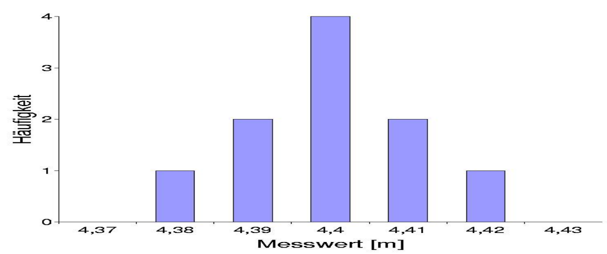
- Eine Messung ist stets mit Unsicherheit behaftet.
- **Beispiel:** Entfernungsmessung
  - Abstand zu einem Objekt wird mehrmals gemessen.

Einzelergebnisse der Messung:				
$4,40\ m$	$4,40\ m$	$4,38\ m$	$4,41\ m$	$4,42\ m$
$4,39\ m$	$4,40\ m$	$4,39\ m$	$4,40\ m$	$4,41\ m$

  - Einzelergebnisse der Messung sind unterschiedlich.

Histogramm

Die Messung lässt sich in einem *Histogramm* darstellen:



Absoluter und relativer Fehler

Die Unsicherheit wird in zwei Formen angegeben:

- **Absoluter Fehler:**

  Der absolute Fehler Δx_i einer Einzelmessung x_i ist gleich der Abweichung vom Mittelwert $\bar{x}$ aller N Messungen $\{x_n | n \in \{1 \ldots N\}\}$.

- **Relativer Fehler:**

  Der relative Fehler ist das Verhältnis von absolutem Fehler zum Messwert $\frac{\Delta x_i}{x_i}$.

Mittelwert

Den Mittelwert $\bar{x}$ der Einzelmessungen x_i erhält man durch

$$\boxed{\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i}$$

Der Mittelwert wird auch als *arithmetisches Mittel* oder *bester Schätzwert* für den wahren Wert $\hat{x}$ bezeichnet.

Mittlerer Fehler der Einzelmessung

Der *durchschnittliche bzw. mittlere Fehler der Einzelmessungen* ist:

$$\begin{aligned} \sigma^2 = (\Delta x)^2 &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (\Delta x_i)^2 \\ &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2 \end{aligned}$$

In der Formel steht der Faktor $N-1$ und nicht N, da man erst ab $N = 2$ einen Fehler bestimmen kann.

Fehler des Mittelwertes (Varianz)

Als mittleren *Fehler des Mittelwertes* erhält man:

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}} = \Delta \bar{x} &= \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \frac{\Delta x}{\sqrt{N}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \end{aligned}}$$

Ergebnis einer Messung

Als Ergebnis einer Messung erhält man:

$$\boxed{x = (\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}})\,[Einheit]}$$

Vertrauensgrenze

- $\sigma_{\bar{x}}$ wird als **Standardabweichung** bezeichnet
- bei großem N (>5) besagt die **Vertrauensgrenze** $\pm\sigma_{\bar{x}}$: ca. $68\ \%$ der Messwerte liegen im angegebenen Intervall
- wird eine Sicherheit von $95\ \%$ verlangt ist das Intervall auf $\pm 2 \cdot \sigma_{\bar{x}}$ zu vergrößern
- bei $99\ \%$ auf etwa $\pm 3 \cdot \sigma_{\bar{x}}$

Fehlerfortpflanzung (1)

- wird eine abgeleitete Größe aus mehreren Messgrößen berechnet, so ist ebenfalls eine Messunsicherheit anzugeben
- ist die zu berechnende Größe

$$z = f(x_1, \ldots, x_n)$$

und $\Delta\bar{x}_i$ die Messunsicherheit der einzelnen Messgrößen, so ist die Messunsicherheit $\Delta\bar{z}$ der zu berechnenden Größe

$$\Delta\bar{z} = \left|\frac{\delta f}{\delta x_1}\right| \cdot \Delta\bar{x}_1 + \ldots + \left|\frac{\delta f}{\delta x_n}\right| \cdot \Delta\bar{x}_n$$

Fehlerfortpflanzung (2)

- Die partiellen Ableitungen stellen Gewichtsfaktoren für die Fortpflanzung der einzelnen Fehler dar.
- Gewichtsfaktoren sollten grundsätzlich vor der Messung berechnet werden.
- Nur so kann erkannt werden, welche Fehler sich besonders stark auf das Endergebnis auswirken.
- Entsprechende Messwerte müssen besonders genau ermittelt werden.

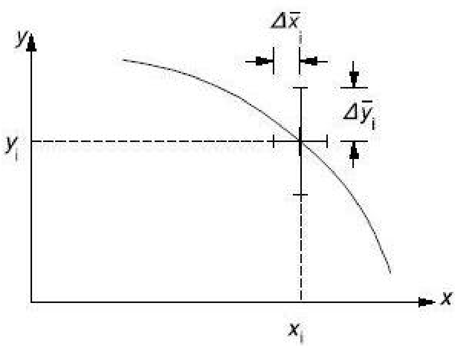
Fehlerfortpflanzung (3)

- **zwei Faustregeln:**
  - Bei *Addition* und *Subtraktion* addieren sich die *absoluten Fehler*.
  - Bei *Multiplikation* und *Division* addieren sich die *relativen Fehler*.
- die Differenz zweier nahezu gleich großer Größen erhält einen großen *relativen Fehler*

  $\Rightarrow$ besser: Differenz direkt messen
- Quadrierung verdoppelt, Qadratwurzel ziehen halbiert den *relativen Fehler*

Grafische Fehlerdarstellung

- Ermittelte Fehler werden als Fehlerbalken an den Messpunkten eingetragen.

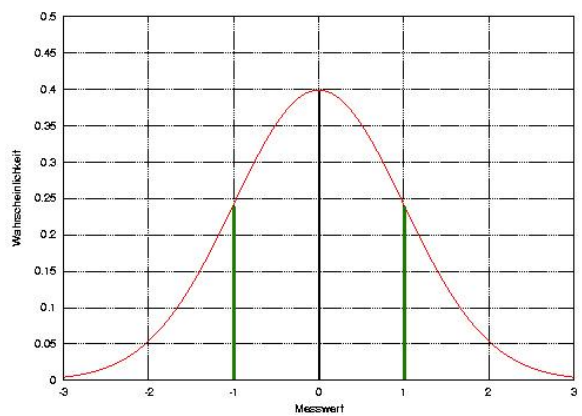


Gaußverteilung (1)

Jede Messung mit Mittelwert $\bar{x}$ und Standardabweichung $\sigma_{\bar{x}}$ geht für große N in eine *Gaußverteilung* über:

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_{\bar{x}}^2}}}$$

Gaußverteilung (2)



Lineare Regression (1)

- **Häufig:** Messen eines Zusammenhangs zwischen zwei Größen x und y.
- **Beispiel:** Spannung und Strom an einem Wiederstand
- **Besonders leicht:** linearer Zusammenhang von x und y

$$y = m \cdot x + b$$

- Koeffizienten werden durch *lineare Regression* bestimmt.
- Um den statistischen Fehler zu reduzieren, wird eine Messreihe mit n Messwertpaaren aufgenommen.

Lineare Regression (2)

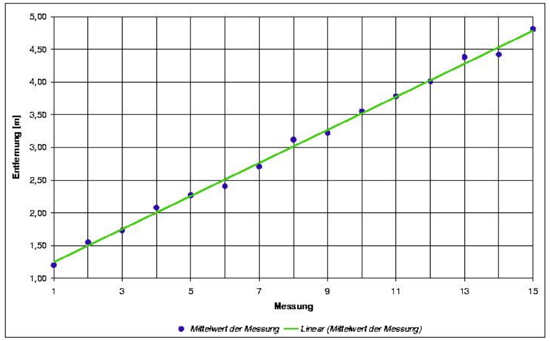
- Die Koeffizienten der *Ausgleichsgeraden* berechnen sich nach:

$$
\begin{aligned}
b &= \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \\
m &= \bar{y} - b \cdot \bar{x}
\end{aligned}
$$

- x_i und y_i sind die Messwertpaare
- $\bar{x}$ und $\bar{y}$ sind die Mittelwerte der Messwertreihen[a]

[a] Nicht mehr die Mittelwerte der einzelnen Messwerte an den Messpunkten!

Lineare Regression (3)



Korrelationskoeffizient

- Häufig wird der *empirische Korrelationskoeffizient* r_{xy} angegeben:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}$$

- Je näher r_{xy} an 1 liegt, um so stärker ist eine lineare Abhängigkeit gegeben.

Literatur

[1] Jacob Fraden. *Handbook of modern sensors: physics, design, and applications*, chapter 1. Springer-Verlag New York, Inc., 2nd edition, 1996.

[2] Herbert A. Stuart and Gerhard Klages. *Kurzes Lehrbuch der Physik*, chapter 1. Springer-Verlag Berlion Heidelberg, 14th edition, 1994.