Einführung in die Robotik

Jianwei Zhang
zhang@informatik.uni-hamburg.de

Universität Hamburg
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
Department Informatik
Technische Aspekte Multimodaler Systeme

22. Mai 2012

Gliederung

Allgemeine Informationen
Einführung
Koordinaten eines Manipulators
Kinematik-Gleichungen
Inverse Kinematik von Manipulatoren
Differentielle Bewegungen mit homogenen Transformationen
Jacobi-Matrix eines Manipulators
Aufgabenbeschreibung
Robotergrammierung auf drei Ebenen
Trajektoriegenerierung
- Generierung von Trajektorien
- Trajektorien im multidimensionalen Raum
- Kubische Polynome zwischen zwei beliebigen Konfigurationen

Gliederung (cont.)

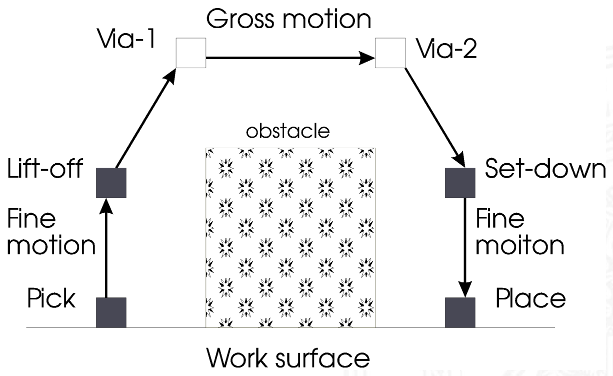
- Lineare Funktion mit parabolischen Übergängen
- Bestimmung der Geschwindigkeiten bei den Zwischenpunkte
- Faktoren für zeitoptimale Bewegungen - Bogenlänge
- Faktoren für zeitoptimale Bewegungen - Krümmung
- Faktoren für zeitoptimale Bewegungen - Bewegungszeit
- Dynamische Constraints aller Gelenke
- Probleme der Trajektoriengenerierung im Kartesischen Raum
- Bewegung entlang einer geraden Linie

Trajektoriengenerierung
Einführung in RCCL
Dynamik
Roboterregelung
Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung

Gliederung (cont.)

Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
Architekturen sensorbasierter intelligenter Systeme
Aus- und Rückblick

"Pick-and-Place"-Operation und ihre Randbedingungen (Constraints)



(via points: Zwischenpunkte)

"Pick-and-Place"-Operation und ihre Randbedingungen (Constraints)

(a) "Pick": Position (gegeben), Geschwindigkeit und Beschleunigung (gegeben, normal Null)
(b) "Lift-off": stetige Bewegung bei den Zwischenpunkten
(c) "Set-down": gleich wie (b)
(d) "Place": gleich wie (a)

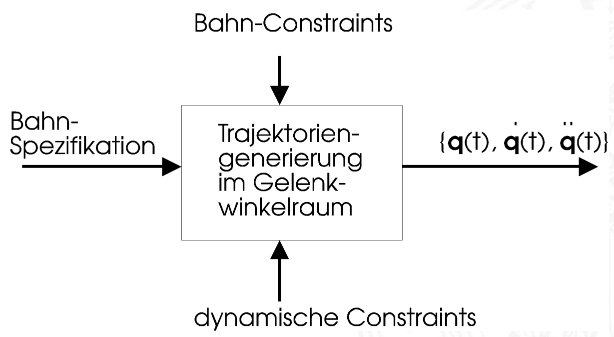
Generierung von Trajektorien - I

Aufgabe:
Berechne, interpoliere oder approximiere die erwünschte Bahn mit eine Menge von stetigen Funktionen bezüglich der Zeit, um den Roboter von einem Startpunkt zu einer Zielpunkt steuern zu können. Die Start- und Zielpunkte können mit Weltkoordinaten oder Gelenkkoordinaten spezifiziert werden.
Zwei Strategien für die Lösung:
Die Trajektoriengenerierung wird durchgeführt im

- Kartesischen Raum:
  - nähere Aufgabenstellung
  - Möglichkeit für Kollisionvermeidung

Generierung von Trajektorien - II

- Gelenkwinkelraum:
  - Die geplanten Trajektorien unmittelbar ausführbar
  - Keine Berechnung der inversen Kinematik nötig
  - Berücksichtigung von Grenzwerten



Trajektorien im multidimensionalen Raum

Untersucht wird der Zeitverlauf der Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung aller Gelenke.
Die **Trajektorie** auf einem Freiheitsgrad i ist eine parametrisierte Funktion $q^i(t)$ mit Werten in seinem Bewegungsbereich.
Die Trajektorie eines Roboters mit n Freiheitsgraden ist dann ein Vektor von solchen parametrischen Funktionen mit einem gemeinsamen Parameter:

$$\mathbf{q}(t) = [q^1(t), q^2(t), \ldots, q^n(t)]^T$$

Eine Trajektorie ist C^k-stetig, wenn alle Ableitungen bis zur k-ten (einschließlich) ihres Positionsprofils existieren und stetig sind.
Eine Trajektorie ist *glatt*, wenn sie mindestens C^2-stetig ist.

Anmerkungen zur Trajektoriengenerierung

- Die erste Ableitung der Trajektorie bezüglich der Zeit: die Geschwindigkeit
- Die zweite Ableitung: die Beschleunigung
- Die dritte Ableitung: der Ruck

Anmerkungen zur Trajektoriengenerierung

- Die glattesten Kurven: mit unendlich oft differenzierbaren Funktionen definierte Kurven.
  Beispiele: e^x,
  $sin\ x$,
  und
  $log\ x\ (x > 0)$.
- Polynome für Interpolation geeignet (aber zu hohe Grade führen zur Oszillation).
- Stückweise Polynome mit bestimmten Graden anwendbar: kubische Polynome, Splines, B-Splines usw.

Kubische Polynome zwischen zwei beliebigen Konfigurationen - I

Wenn die Start- und Endgeschwindigkeit beiden Null sind: dann gilt es:

$$\theta(0) = \theta_0$$
$$\theta(t_f) = \theta_f$$
$$\dot{\theta}(0) = 0$$
$$\dot{\theta}(t_f) = 0$$

Kubische Polynome zwischen zwei beliebigen Konfigurationen - I

vier Constraints $\Rightarrow$ eine Polynome der Ordnung vier:

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

Kubische Polynome zwischen zwei beliebigen Konfigurationen - II

Die Lösung:

$$a_0 = \theta_0$$
$$a_1 = 0$$
$$a_2 = \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0)$$
$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3}(\theta_f - \theta_0)$$

Kubische Polynome für eine Trajektorie mit Zwischenpunkten

Die Positionen der Zwischenpunkte sind ebenfalls bekannt. Nur die Geschwindigkeiten bei den Zwischenpunkten sind nicht mehr Null:

$$\dot\theta(0) = \dot\theta_0$$
$$\dot\theta(t_f) = \dot\theta_f$$

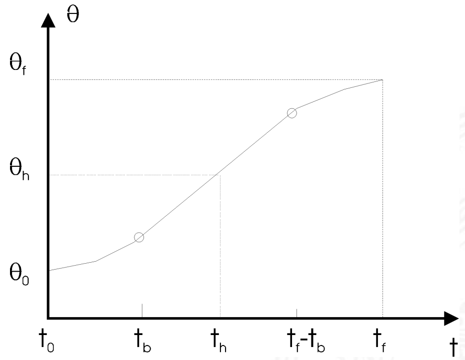
Die Lösung:

$$a_0 = \theta_0$$
$$a_1 = \dot\theta_0$$

Kubische Polynome für eine Trajektorie mit Zwischenpunkten

$$a_2 = \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0) - \frac{2}{t_f}\dot\theta_0 - \frac{1}{t_f}\dot\theta_f$$
$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3}(\theta_f - \theta_0) + \frac{1}{t_f^2}(\dot\theta_f + \dot\theta_0)$$

Lineare Funktion mit parabolischen Übergängen



$$\ddot{\theta} \cdot t_b = \frac{\theta_h - \theta_b}{t_h - t_b}$$

Lineare Funktion mit parabolischen Übergängen

$$\theta_b = \theta_0 + \frac{1}{2}\ddot{\theta} t_b^2$$

Wenn $t = 2t_h$, bekommen wir:

$$\ddot{\theta} t_b^2 - \ddot{\theta} t t_b + (\theta_f - \theta_0) = 0$$

$$t_b = \frac{t}{2} - \frac{\sqrt{\ddot{\theta}^2 t^2 - 4\ddot{\theta}(\theta_f - \theta_0)}}{2\ddot{\theta}}$$

Die Einschränkung der Beschleunigung ist:

$$\ddot{\theta} \geq \frac{4(\theta_f - \theta_0)}{t^2}$$

Bestimmung der Geschwindigkeiten bei den Zwischenpunkte

- Manuelle Spezifikation basierend auf der Kartesischen linearen und Winkelgeschwindigkeit des Tool-Frames;
- Automatische Berechnung mit Hilfe von Heuristiken im Kartesischen Raum oder Gelenkwinkelraum;
- Automatische Auswahl so daß die Beschleunigung bei den Zwischenpunkten stetig ist.

Faktoren für zeitoptimale Bewegungen - Bogenlänge

Gegeben sei eine Kurve im n-dimensionalen K-Raum

$$\mathbf{q}(t) = [q^1(t), q^2(t), \ldots, q^n(t)]^T$$

dann ist die **Bogenlänge** als ein natürlicher Parameter wie folgt definiert:

$$s = \int_0^t |\dot{\mathbf{q}}(t)| \, dt$$

wobei $|\dot{\mathbf{q}}(t)|$ die euklidische Norm des Vektors $d\mathbf{q}(t)/dt$ ist und als die Flußgeschwindigkeit entlang der Kurve bezeichnet wird. Gegeben seien zwei Punkte $\mathbf{p}_0 = \mathbf{q}(t_s)$ und $\mathbf{p}_1 = \mathbf{q}(t_z)$,

Faktoren für zeitoptimale Bewegungen - Bogenlänge

dann ist die Bogenlänge L zwischen $\mathbf{p}_0$ und $\mathbf{p}_1$ das Integral:

$$L = \int_0^L ds = \int_{t_s}^{t_z} |\dot{\mathbf{q}}(t)| \, dt$$

„Die Parameter einer Trajektorie sollen so entworfen werden, daß die Bogenlänge der Trajektorie L möglichst kurz gehalten wird.“

Faktoren für zeitoptimale Bewegungen - Krümmung

Zuerst wird ein *Einheitstangentenvektor* der Kurve $\mathbf{q}(t)$ folgendermaßen definiert:

$$\mathbf{U} = \frac{d\mathbf{q}(t)}{ds} = \frac{d\mathbf{q}(t)/dt}{ds/dt} = \frac{\dot{\mathbf{q}}(t)}{|\dot{\mathbf{q}}(t)|}$$

Seien s als der Parameter der Bogenlänge und $\mathbf{U}$ als der Einheitstangentenvektor vorgegeben, so wird die **Krümmung** einer Kurve $\mathbf{q}(t)$ definiert:

$$\kappa(s) = |\frac{d\mathbf{U}}{ds}|$$

Seien nur der Parameter t, die erste Ableitung $\dot{\mathbf{q}} = d\mathbf{q}(t)/dt$ und die zweite Ableitung $\ddot{\mathbf{q}} = d\dot{\mathbf{q}}(t)/dt$ der Kurve $\mathbf{q}(t)$ vorgegeben, dann kann die **Krümmung** aus der folgenden Darstellung berechnet werden:

Faktoren für zeitoptimale Bewegungen - Krümmung

$$\kappa(t) = \frac{|\dot{\mathbf{q}} \times \ddot{\mathbf{q}}|}{|\dot{\mathbf{q}}^3|} = \frac{\left(\dot{\mathbf{q}}^2\ddot{\mathbf{q}}^2 - (\dot{\mathbf{q}} \cdot \ddot{\mathbf{q}})^2\right)^{1/2}}{|\dot{\mathbf{q}}|^{3/2}}$$

wobei $\dot{\mathbf{q}} \times \ddot{\mathbf{q}}$ das Kreuzprodukt und $\dot{\mathbf{q}} \cdot \ddot{\mathbf{q}}$ das Skalarprodukt von $\dot{\mathbf{q}}$ und $\ddot{\mathbf{q}}$ sind.
Die **Biegeenergie** einer glatten Kurve $\mathbf{q}(t)$ über dem Intervall $t \in [0, T]$ ist definiert als

$$E = \int_0^L \kappa(s)^2 \, ds = \int_0^T \kappa(t)^2 |\dot{\mathbf{q}}(t)| \, dt$$

wobei $\kappa(t)$ die Krümmung von $\mathbf{q}(t)$ ist.

„Die Biegeenergie E einer Trajektorie soll unter Mitberücksichtigung der Bogenlänge L möglichst klein gehalten werden.“

Faktoren für zeitoptimale Bewegungen - Bewegungszeit

Sei

$$u_i = t_{i+1} - t_i$$

die gebrauchte Zeit für Bewegung im Segment $\mathbf{q}_i$.
Die gesamte Bewegungszeit ist dann:

$$T = \sum_{i=1}^{n-1} u_i$$

Dynamische Constraints aller Gelenke

Die Grenze der minimalen Bewegungszeit einer Teiltrajektorie $\mathbf{q}_j^i(t)$ wird durch die dynamischen Parameter aller Gelenke bestimmt.
Für das Gelenk i können solche Beschränkungen wie folgt dargestellt werden:

$$|\dot{q}_j^i(t)| \leq \dot{q}_{max}^i$$

$$|\ddot{q}_j^i(t)| \leq \ddot{q}_{max}^i$$

$$|u_j^i(t)| \leq u_{max}^i$$

Dynamische Constraints aller Gelenke

wobei i $(i = 1, \dots, n)$ die Gelenknummer ist, und j $(j = 1, \dots, m)$ die Nummer der Teiltrajektorie repräsentiert.

u^i ist das Kraftmoment des Robotergelenks i und wird aus der Dynamikgleichung (Bewegungsgleichung) berechnet.

$\dot{q}_{max}^i$, $\ddot{q}_{max}^i$ und u_{max}^i repräsentieren die wichtigsten Parameter der dynamischen Kapazität eines Roboters.

Probleme der Trajektoriengenerierung im Kartesischen Raum

- Zwischenpunkte nicht erreichbar
- Zu hohe Geschwindigkeit in der Nähe von Singulären Konfigurationen
- Start- und Zielkonfigurationen erreichbar aber sie gehören zu verschiedenen Lösungen.

Bewegung entlang einer geraden Linie $< \mathbf{w}_0, \mathbf{w}_1 >$

Für einen gegebenen Wert $\epsilon > 0$, soll der folgende Algorithmus möglichst wenige Zwischenpunkte im Gelenkwinkelraum erzeugen, die aber erfüllen, dass die Abweichung der durch diese Zwischenpunkte gehenden Trajektorie zu der geraden Linien $< \mathbf{w}_0, \mathbf{w}_1 >$ nicht größer als ϵ ist.
Algorithmus(Bounded_Deviation)

1. Berechnung der entsprechenden Konfigurationen $\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1$ aus $\mathbf{w}_0, \mathbf{w}_1$ mit Hilfe der Gleichungen der inversen Kinematik.
2. Berechnung des Mittelpunktes im Gelenkwinkelraum:

$$\mathbf{q}_m = \frac{\mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_1}{2}$$

Bewegung entlang einer geraden Linie $< \mathbf{w}_0, \mathbf{w}_1 >$

3. Berechnung der entsprechenden Punkte von $\mathbf{q}_m$ im Arbeitsraum mit Hilfe der direkten Kinematik:

$$\mathbf{w}_m = W(\mathbf{q}_m)$$

4. Bestimmung des exakten Mittelpunktes im Arbeitsraum:

$$\mathbf{w}_M = \frac{\mathbf{w}_0 + \mathbf{w}_1}{2}$$

5. Wenn die Abweichung $||\mathbf{w}_m - \mathbf{w}_M|| \leq \epsilon$, dann abbrechen; sonst $\mathbf{w}_M$ als Knotenpunkt zwischen $\mathbf{w}_0$ und $\mathbf{w}_1$ einfügen.
6. Rekursive Anwendungen des Algorithmus für die zwei neue Segmente $(\mathbf{w}_0, \mathbf{w}_M)$ und $(\mathbf{w}_M, \mathbf{w}_1)$.