Einführung in die Robotik

Jianwei Zhang
zhang@informatik.uni-hamburg.de

Universität Hamburg
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
Department Informatik
Technische Aspekte Multimodaler Systeme

26. April 2011

Gliederung

Gliederung (cont.)

Inverse Kinematik von Manipulatoren

Die Problematik:
Robotermanipulatoren werden meistens im *Gelenkwinkelraum* gesteuert.
Zu handhabende Objekte werden aber meistens im Weltkoordinatensystem dargestellt.
Um einen bestimmten Tool-Frame T bezüglich des Welt-Frames zu erreichen, werden die Gelenkwinkel $\theta(t) = (\theta_1(t), \theta_2(t), ..., \theta_n(t))^T$ in folgenden zwei Schritten berechnet:
1. Berechne $T_6 = Z^{-1}BGE^{-1}$;
2. Berechne $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n$ aus T_6.

$\Rightarrow$: inverse Kinematik, sogar wichtiger als direkte Kinematik

Lösbarkeit am Beispiel PUMA 560

$$T_6 = T' T'' = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

wobei

Lösbarkeit am Beispiel PUMA 560

$$n_x = C_1[C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6] - S_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6) \quad (2)$$
$$n_y = S_1[C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6 - S_{23}S_5S_6] + C_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6) \quad (3)$$
$$n_z = -S_{23}[C_4C_5C_6 - S_4S_6] - C_{23}S_5C_6 \quad (4)$$
$$S_x = \ldots \quad (5)$$
$$S_y = \ldots \quad (6)$$
$$S_z = \ldots \quad (7)$$
$$a_x = \ldots \quad (8)$$
$$a_y = \ldots \quad (9)$$
$$a_z = \ldots \quad (10)$$

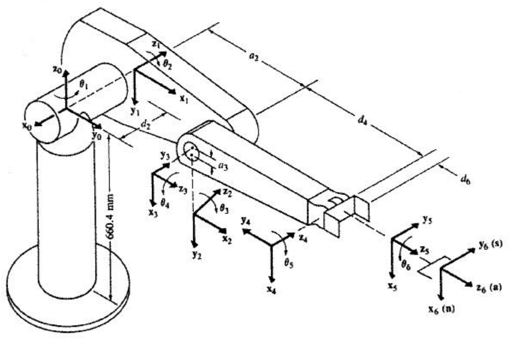
Lösbarkeit am Beispiel PUMA 560

$$p_x = C_1[d_6(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5) + S_{23}d_4 + a_3C_{23} + a_2C_2] - S_1(d_6S_4S_5 + d_2) \quad (11)$$
$$p_y = S_1[d_6(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5) + S_{23}d_4 + s_3C_{23} + a_2C_2] + C_1(d_6S_4S_5 + d_2) \quad (12)$$
$$p_z = d_6(C_{23}C_5 - S_{23}C_4S_5) + C_{23}d_4 - a_3S_{23} - a_2S_2 \quad (13)$$

Anmerkung

- Nicht lineare Gleichungen
- Existenz der Lösungen:
  Arbeitsraum ("workspace"): das Volumen des Raums wo der End-Effektor des Manipulators erreichen kann.
  - "dextrous workspace"
  - "reachable workspace"
- Mehrere Gelenkstellungen, die zur gleichen Effektorstellung führen Z.B. für PUMA 560:
  - Mehrdeutigkeiten der Lösung $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ zu gegebenen $\mathbf{p}$.
  - Für jede Lösung $\theta_4, \theta_5, \theta_6$, eine alternative Lösung ist:

Anmerkung



$$\theta'_4 = \theta_4 + 180^\circ$$
$$\theta'_5 = -\theta_5$$
$$\theta'_6 = \theta_6 + 180^\circ$$

- Lösungsstrategien: geschlossene Lösungen vs. numerische Lösungen

Lösungsmethoden

Geschlossene Form:

- algebraische Lösung
  - + : korrekte Lösungen aus Gleichungen
  - – : geometrisch nicht anschaulich
- geometrische Lösung
  - + : Fallunterscheidung der Roboter-Konfigurationen
  - – : Robotertypen-spezifisch

Numerische Form:

- iterative Verfahren
  - + : Verfahren übertragbar
  - – : rechenintensiv, nicht garantierte Konvergenz bei Sonderfällen

Lösungsmethoden

"Die inverse Kinematik aller Systeme mit 6 translatorischen und rotatorischen Freiheitsgraden in einer einfachen seriellen Kette ist numerisch lösbar."

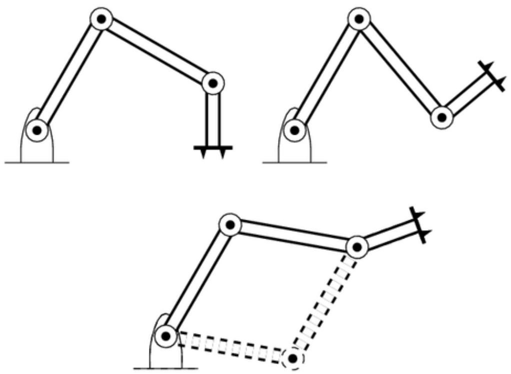
Analytische Lösbarkeit eines Manipulators

Unter bestimmten Voraussetzungen an die Armgeometrie (ausreichende Bedingungen) existieren die geschlossenen Lösungen:

- Entweder: 3 aufeinanderfolgende Achsen schneiden sich in einem Punkt
- Oder: 3 aufeinanderfolgende Achsen sind parallel

Es ist wichtig, einen Manipulator so zu entwerfen, daß eine Lösung in der geschlossenen Form existiert.
So sind fast alle Industrieroboter entworfen.
Beispiel PUMA:
Die Achsen 4, 5 und 6 schneiden sich.

Beispiel 1: ein planarer dreigelenkiger Manipulator



Beispiel 1: ein planarer dreigelenkiger Manipulator

Gelenk	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	l_1	0	θ_2
3	0	l_2	0	θ_3

$$^0T_3 = \begin{bmatrix} C_{123} & -S_{123} & 0 & l_1C_1 + l_2C_{12} \\ S_{123} & C_{123} & 0 & l_1S_1 + l_2S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Die algebraische Lösung des Beispiel 1 - I

Spezifikation des End-Effektors: (x, y, ϕ). Für einen solchen Vektor gilt es dann:

$$^0T_3 = \begin{bmatrix} C_\phi & -S_\phi & 0 & x \\ S_\phi & C_\phi & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Wir bekommen vier Gleichungen:

$$C_\phi = C_{123} \tag{14}$$
$$S_\phi = S_{123} \tag{15}$$
$$x = l_1C_1 + l_2C_{12} \tag{16}$$
$$y = l_1S_1 + l_2S_{12} \tag{17}$$

Die algebraische Lösung des Beispiel 1 - II

(Ableitung)
Eine spezielle Funktion *atan*2 wird definiert:

$$\theta = atan2(y,x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x = 0, y = 0 \\ \pi/2 & \text{für } x = 0, y > 0 \\ 3 * \pi/2 & \text{für } x = 0, y < 0 \\ atan(y,x) & \text{für +x and +y} \\ 2\pi - atan(y,x) & \text{für +x und -y} \\ \pi - atan(y,x) & \text{für -x und +y} \\ \pi + atan(y,x) & \text{fr -x und -y} \end{cases}$$

Die Lösungen:

$$\theta_2 = atan2(S_2, C_2)$$

Die algebraische Lösung des Beispiel 1 - II

wobei $S_2 = \pm\sqrt{1 - C_2^2}$, und $C_2 = \frac{x^2+y^2-l_1^2-l_2^2}{2l_1 l_2}$.

$$\theta_1 = atan2(y, x) - atan2(k_2, k_1)$$

wobei $k_1 = l_1 + l_2 C_2$ und $k_2 = l_2 S_2$.

θ_3 kann aus der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = atan2(S_\phi, C_\phi) = \phi$$

Die geometrische Lösung des Beispiel 1 - I

Berechne θ_2 über "Gesetz des Cosinus":

$$x^2 + y^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(180 + \theta_2)$$

Die Lösung:

$$\theta_2 = \pm cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}$$

$$\theta_1 = \beta \pm \psi$$

wobei gilt:

$$\beta = atan2(y, x), \quad \cos\psi = \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Für $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ gilt:

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \phi$$

Algebraische Lösung mit Hilfe v. Konvertierung in Polynomen

Um transzendentale Gleichungen in polynomische Gleichungen zu konvertieren, können die folgenden Substitutionen verwendet werden:

$$u = tan\frac{\theta}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{1 - u^2}{1 + u^2}$$

$$\sin\theta = \frac{2u}{1 + u^2}$$

Algebraische Lösung mit Hilfe v. Konvertierung in Polynomen

Beispiel:
Wir haben eine transzendentale Gleichung:

$$a\cos\theta + b\sin\theta = c$$

Nach der Konvertierung:

$$a(1 - u^2) + 2bu = c(1 + u^2)$$

Die Lösung von u:

$$u = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - a^2 - c^2}}{a + c}$$

Dann:

$$\theta = 2tan^{-1}(\frac{b \pm \sqrt{b^2 - a^2 - c^2}}{a + c})$$

Algebraische Lösung des PUMA 560 - I

Berechnung von $\theta_1, \theta_2, \theta_3$:
Die ersten drei Gelenkwinkel $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ bestimmen die Position des Manipulator-Endpunktes $(p_x, p_y, p_z)^T$ (im Fall $d_6 = 0$).

$$p_x = C_1[S_{23}d_4 + a_3C_{23} + a_2C_2] - S_1d_2 \tag{18}$$
$$p_y = S_1[S_{23}d_4 + a_3C_{23} + a_2C_2] + C_1d_2 \tag{19}$$
$$p_z = C_{23}d_4 - a_3S_{23} - a_2S_2 \tag{20}$$

Daraus ergibt sich:

$$\theta_1 = tan^{-1}(\frac{\mp p_y\sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} - p_xd_2}{\mp p_x\sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} + p_yd_2})$$

Algebraische Lösung des PUMA 560 - II

$$\theta_3 = tan^{-1}(\frac{\mp A_3\sqrt{A_3^2 + B_3^2 - D_3^2} + B_3D_3}{\mp B_3\sqrt{A_3^2 + B_3^2 - D_3^2} + A_3D_3})$$

wobei

$$A_3 = 2a_2a_3$$
$$B_3 = 2a_2d_4$$
$$D_3 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - a_2^2 - a_3^2 - d_2^2 - d_4^2$$

Algebraische Lösung des PUMA 560 - II

und

$$\theta_2 = tan^{-1}(\frac{\mp B_2\sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} + A_2p_z}{\mp A_2\sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} + B_2p_z})$$

wobei

$$A_2 = d_4C_3 - a_3S_3$$
$$B_2 = -a_3C_3 - d_4S_3 - a_2$$

Die Lösung für RPY-Winkel

(RPY: *Roll, Pitch, Yaw*)

$$T = R_{z,\phi}R_{y,\theta}R_{x,\psi}$$

Wir lösen die folgende Gleichung:

$$R_{z,\phi}^{-1}T = R_{y,\theta}R_{x,\psi}$$

$$\begin{bmatrix} f_{11}(\mathbf{n}) & f_{11}(\mathbf{o}) & f_{11}(\mathbf{a}) & 0 \\ f_{12}(\mathbf{n}) & f_{12}(\mathbf{o}) & f_{12}(\mathbf{a}) & 0 \\ f_{13}(\mathbf{n}) & f_{13}(\mathbf{o}) & f_{13}(\mathbf{a}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta & S\theta S\psi & S\theta C\psi & 0 \\ 0 & C\psi & -S\psi & 0 \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

wobei

Die Lösung für RPY-Winkel

$$f_{11} = C\phi x + S\phi y$$
$$f_{12} = -S\psi x + C\phi y$$
$$f_{13} = z$$

Die Gleichung mit $f_{12}(\mathbf{n})$ führt:

$$-S\phi n_x + C\phi n_y = 0$$

$\Rightarrow$:

$$\phi = atan2(n_y, n_x)$$

und

$$\phi = \phi + 180°$$

Die Gleichungen mit dem Element 1,3 und 1,1 sind jeweils:

$$-S\theta = n_z$$

Die Lösung für RPY-Winkel

und

$$C\theta = C\phi n_x + S\phi n_y$$

$\Rightarrow$:

$$\theta = atan2(-n_z, C\phi n_x + S\phi a_y)$$

Die Gleichungen mit dem Element 2,3 und 2,2 sind jeweils:

$$-S\psi = -S\phi a_x + C\phi a_y$$

$$C\psi = -S\phi o_x + C\phi o_y$$

$\Rightarrow$:

$$\psi = atan2(S\phi a_x - C\phi a_y, -S\phi o_x + C\phi o_y)$$

Geometrische Lösung des PUMA 560 - I

Definition von verschiedenen Arm-Konfigurationen:

Für Schulter:

RIGHT-arm, LEFT-arm

Für Ellbogen:

ABOVE-arm, BELOW-arm

Für Handgelenk:

WRIST-DOWN, WRIST-UP

Darauf basierend werden die folgenden Anzeige-Variablen definiert:

$$ARM = \begin{cases} +1 & \text{RIGHT-arm} \\ -1 & \text{LEFT-arm} \end{cases}$$

Geometrische Lösung des PUMA 560 - I

$$ELBOW = \begin{cases} +1 & \text{ABOVE-arm} \\ -1 & \text{BELOW-arm} \end{cases}$$

$$WRIST = \begin{cases} +1 & \text{WRIST-DOWN} \\ -1 & \text{WRIST-UP} \end{cases}$$

Die gesamte Lösung der inversen Kinematik wird über Analyse solcher Arm-Konfiguration erzielt.

Probleme bei der Entwicklung von Steuerungssoftware

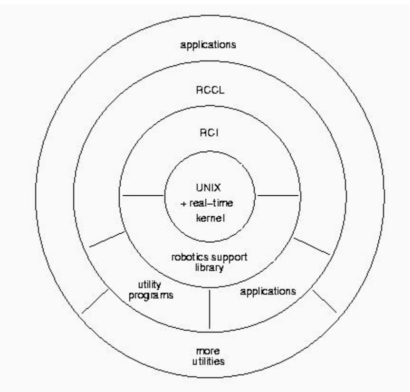
- Bisher war die Entwicklung von Steuerungssoftware an einem bestimmten Robotertyp gekoppelt.
- Jede Maschine hatte damit ihre eigene spezielle Software, die genau die Fähigkeit dieser Baureihe ausnutzte.
- $\Rightarrow$ Erweiterbarkeit und Portierbarkeit war damit eine langwierige und schwierige Aufgabe.

Probleme bei der Entwicklung von Steuerungssoftware

Es steht der Bedarf, eine allgemeine Steuerungssoftware zu entwickeln, die folgende Ziele erfüllen soll:

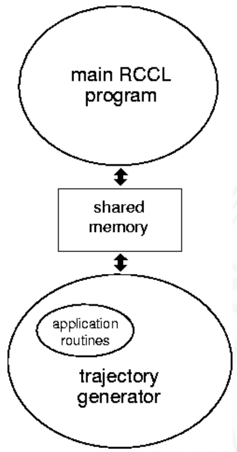
- Steuerungsmöglichkeiten für Low-Level Eigenschaften der Hardware;
- größtmögliche Portierbarkeit auf die verschiedenen Plattformen;
- eine möglichst große Mächtigkeit zur flexiblen und schnellen Erstellung von Anwendungen in derselben Sprache, in der die Steuerungssoftware geschrieben wurde.

Eine Programmierumgebung für Roboter unter UNIX: RCCL

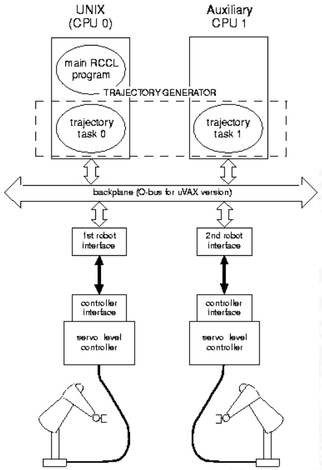


RCCL: *Robot Control C Library*

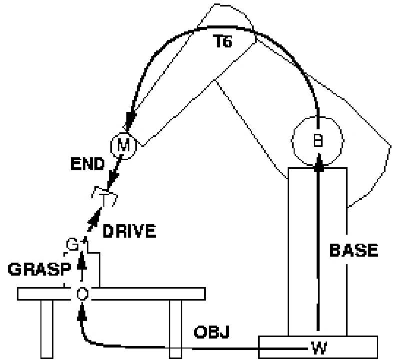
Die Systemarchitektur



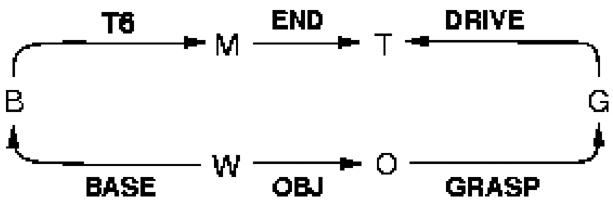
Steuerung von mehreren Robotern



Beschreibung von Bewegungen mit Hilfe der Positionsgleichungen



Beschreibung von Bewegungen mit Hilfe der Positionsgleichungen



Ein Beispiel - Programm

```
#include <rccl.h>
#include "manex.560.h"

main()
{
        TRSF_PTR p, t;                                          /*#1*/
        POS_PTR pos;                                            /*#2*/
        MANIP *mnp;                                             /*#3*/
        JNTS rcclpark;                                          /*#4*/
        char *robotName;                                        /*#5*/

        rcclSetOptions (RCCL_ERROR_EXIT);                       /*#6*/
        robotName = getDefaultRobot();                          /*#7*/
        if (!getRobotPosition (rcclpark.v, "rcclpark", robotName))
         { printf (''position 'rcclpark' not defined for robot\n'');
           exit(-1);
         }
                                                                /*#8*/
        t = allocTransXyz ("T", UNDEF, -300.0, 0.0, 75.0);
        p = allocTransRot ("P", UNDEF, P_X, P_Y, P_Z, xunit, 180.0);
        pos = makePosition ("pos", T6, EQ, p, t, NULL);         /*#9*/
```

Ein Beispiel - Programm

```
        mnp = rcclCreate (robotName, 0);                        /*#10*/
        rcclStart();

        movej (mnp, &rcclpark);                                 /*#11*/

        setMod (mnp, 'c');                                      /*#12*/
        move (mnp, pos);                                        /*#13*/
        stop (mnp, 1000.0);

        movej (mnp, &rcclpark);                                 /*#14*/
        stop (mnp, 1000.0);

        waitForCompleted (mnp);                                 /*#15*/
        rcclRelease (YES);                                      /*#16*/
}
```


Ein Beispiel - Roboterbewegungen