Einführung in die Robotik

Jianwei Zhang
zhang@informatik.uni-hamburg.de

Universität Hamburg
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
Department Informatik
Technische Aspekte Multimodaler Systeme

20. April 2010

Gliederung

Allgemeine Informationen
Einführung
Koordinaten eines Manipulators
Kinematik-Gleichungen
  Denavit-Hartenberg-Konvention
  Parameter zur Beschreibung von zwei beliebigen Gelenken
  Frame-Transformation zwischen zwei Gelenken
  Beispiel mit PUMA 560
Kinematik-Gleichungen
Inverse Kinematik von Manipulatoren
Differentielle Bewegungen mit homogenen Transformationen
Jacobi-Matrix eines Manipulators
Aufgabenbeschreibung

Gliederung (cont.)

Robotergrammierung auf drei Ebenen
Trajektoriegenerierung
Trajektoriengenerierung
Einführung in RCCL
Dynamik
Roboterregelung
Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
Architekturen sensorbasierter intelligenter Systeme
Aus- und Rückblick

Kinematik-Gleichungen - (1)

Jeder Manipulator kann als eine Reihe von mit Gelenken verbundenen Gliedern betrachtet werden.
In jedem Glied wird ein Koordinaten-Frame definiert.
Eine homogene Matrix A beschreibt die relative Translation und Rotation zwischen zwei aufeinander folgenden Gelenken.
Für einen sechsgelenkigen Manipulator:

- A_1: beschreibt die Position und Orientierung des ersten Gliedes;
- A_2: beschreibt die Position und Orientierung des 2. Gliedes bezüglich Glied 1;
- A_3: beschreibt die Position und Orientierung des 3. Gliedes bezüglich Glied 2;

Kinematik-Gleichungen - (1)

- A_4: beschreibt die Position und Orientierung des 4. Gliedes bezüglich Glied 3;
- A_5: beschreibt die Position und Orientierung des 5. Gliedes bezüglich Glied 4;
- A_6: beschreibt die Position und Orientierung des 6. Gliedes bezüglich Glied 5;

Das folgende Produkt wird definiert als:

$$T_6 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

Beschreibung des Manipulator-Endpunktes (Tag Point)

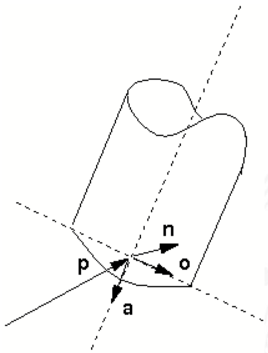
Mit einem Vektor **p** wird der Manipulator-Endpunkt beschrieben.

Drei Einheitsvektoren:

- **a**: (Annährungsvektor, "approach vector"),
- **o**: (Schlißvektor, "orientation vector"),
- **n**: (Normalenvektor)

spezifizieren die Orientierung der Hand.

Beschreibung des Manipulator-Endpunktes (Tag Point)



Die Transformation T_6 hat dann die folgenden Elementen:

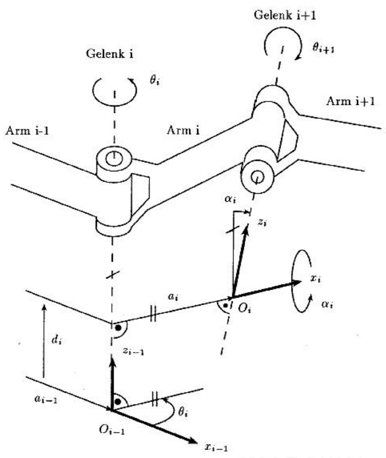
$$T = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Denavit-Hartenberg-Konvention

Ausgangspunkt:
Das Koordinatensystem Σ_0 ist das ortsfeste Ausgangskoordinatensystem in der Basis des Manipulators.
Für die Festlegung des Koordinatensystems gilt:

- Die z_i-Achse wird entlang der Bewegungsachse des (i+1)-ten Gelenks gelegt.
- Die x_i-Achse ist senkrecht zur z_{i-1}-Achse und zeigt von ihr weg.
- Die y_i-Achse wird so festgelegt, daß sich ein rechthändiges Koordinatensystem ergibt.

Parameter zur Beschreibung von zwei beliebigen Gelenken



Parameter zur Beschreibung von zwei beliebigen Gelenken

Zwei Parameter zur Bestimmung der Struktur des Gelenkes i:

- a_i: die kürzeste Entfernung zwischen der z_{i-1}-Achse und der z_i-Achse
- α_i: der Drehwinkel um die x_i-Achse, der die z_{i-1}-Achse auf die z_i-Achse ausrichtet

Zwei Parameter zur Bestimmung der relativen Distanz und Winkel der benachbarten Gelenke:

- d_i: die Entfernung vom Ursprung O_{i-1} des (i-1)-ten Koordinatensystems bis zum Schnittpunkt der z_{i-1}-Achse mit der x_i-Achse.
- θ_i: der Gelenkwinkel um die z_{i-1}-Achse von der x_{i-1}-Achse zur Projektion der x_i-Achse in die x_{i-1}, y_{i-1}-Ebene.

Frame-Transformation zwischen zwei Gelenken - (1)

Erstellung der Beziehung zwischen Frame i und Frame (i-1) über die folgenden Rotationen und Translationen:

- `Drehe um` z_{i-1} `mit einem Winkel` θ_i
- `Verschiebe entlang` z_{i-1} `um` d_i
- `Verschiebe entlang gedrehtem` $x_{i-1} = x_i$ `um eine Länge` a_i
- `Drehe um` x_i `mit dem Winkel` α_i

Als das Produkt von vier homogenen Transformationen, die den Koordinaten-Frame i in den Koordinaten-Frame i-1 überführen, kann die Matrix A_i wie folgt berechnet werden:

$$A_i = Rot_{z_{i-1},\theta_i} Trans_{(0,0,d_i)} Trans_{(a_i,0,0)} Rot_{x_i,\alpha_i}$$

Frame-Transformation zwischen zwei Gelenken - (2)

$$A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Beispiel mit PUMA 560

Um das Manipulator-Ende in das Basis-Koordinatensystem zu überführen, wird T_6 wie folgt berechnet:

$$T_6 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

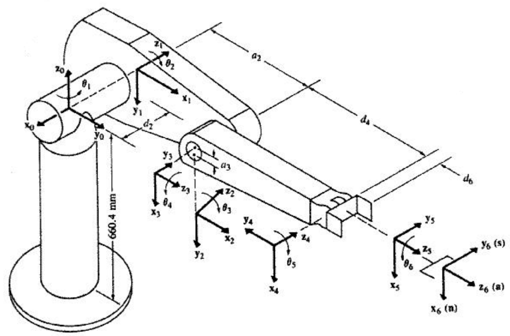
Z: Transformation Manipulator-Basis $\longrightarrow$ Referenz-Koordinatensystem
E: Manipulator-Ende $\longrightarrow$ TCP ("tool center point")
X: die Position und Orientierung des TCP bezüglich des Referenz-Koordinatensystems

$$X = Z T_6 E$$

Es gilt auch:

$$T_6 = Z^{-1} X E^{-1}$$

Beispiel mit PUMA 560



Beispiel mit PUMA 560

Gelenk i	θ_i	α_i	a_i	d_i	Gelenk-Bereich
1	90	-90	0	0	-160 zu 160
2	0	0	431.8 mm	149.09 mm	-225 zu 45
3	90	90	-20.32 mm	0	-45 zu 225
4	0	-90	0	433.07 mm	-110 zu 170
5	0	90	0	0	-100 zu 100
6	0	0	0	56.25 mm	-266 zu 266

Gelenk-Koordinaten-Parameter von PUMA 560

T6-Matrix für PUMA 560 - (1)

$$T' = A_1 A_2 A_3$$

$$= \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -S_1 & C_1 S_{23} & a_2 C_1 C_2 + a_3 C_1 C_{23} - d_2 S_1 \\ S_1 C_{23} & C_1 & S_1 S_{23} & a_2 S_1 C_2 + a_3 S_1 C_{23} + d_2 C_1 \\ -S_{23} & 0 & C_{23} & -a_2 S_2 - a_3 S_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

und

$$T'' = A_4 A_5 A_6$$

T6-Matrix für PUMA 560 - (1)

$$= \begin{bmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & -C_4C_5S_6 - S_4C_6 & C_4S_5 & d_6C_4S_5 \\ S_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & S_4S_5 & d_6S_4S_5 \\ -S_5C_6 & S_5S_6 & C_5 & d_6C_5 + d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

wobei $C_{ij} \equiv \cos(\theta_i + \theta_j)$ und $S_{ij} \equiv \sin(\theta_i + \theta_j)$.

T6-Matrix für PUMA 560 - (2)

$$T_6 = T'T'' = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

wobei

$$n_x = C_1[C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6] - S_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6)$$

...