

Übungen zum Modul WPM6: Algorithmisches Lernen

SS 2010 Blatt 7

Ausgabe: 30.06.2010, Besprechung: 07.07.2010

Aufgabe 7.1 Lagrange Polynome:

Gegeben sind die vier Stützpunkte $(0, 1), (1, 3), (3, -2), (5, 4)$. Berechnen Sie mittels Lagrange Interpolation das Polynom $p_3(x)$ durch diese vier Punkte. Vereinfachen Sie die Gleichung dabei so weit wie möglich. Zeichnen Sie mit einem Tool Ihrer Wahl (z.B. python, gnuplot oder matlab) die vier Grundpolynome sowie das Polynom $p_3(x)$.

Aufgabe 7.2 B-Spline Basisfunktionen (Programmieraufgabe):

Zeichnen Sie die B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 1 bis 4 über den Intervallen $[t_i, t_{i+1}]$, $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

Aufgabe 7.3 B-Spline Kurven (Programmieraufgabe):

Legen Sie einige eindimensionale Punkte als Kontrollpunkte (de Boor-Punkte) fest, z.B. 0.5, 1.0, 0.3, 0.55, 0.2, 0.4, 0.1, und erzeugen Sie eine Kurve über "Blending" (Mischen) mit den in Aufgabe gezeichneten B-Spline Basisfunktionen verschiedener Ordnungen.

Aufgabe 7.4 Lernen mit B-Splines:

Ein Lernsystem soll die einer Datenmenge zugrunde liegende Funktion so gut wie möglich approximieren. Die Funktion sei beschrieben durch $f(x) = (x-2)^2$. Das System kennt allerdings nur die entsprechenden Funktionswerte an den Stellen $x = 0, 1, 2, 3, 4$. Führen Sie mit Hilfe von B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 2 auf dem Intervall $[0, 4]$ das aus der Vorlesung bekannte Verfahren zum Erlernen der de Boor-Punkte aus. Initial seien alle de Boor-Punkte gleich 0.5. Die Lernerate ϵ sei ebenfalls 0.5. Führen Sie insgesamt 3 Lernschritte durch und zeichnen Sie nach jedem Schritt die resultierende B-Spline Kurve und notieren Sie die aktuellen Werte für die erlernten de Boor-Punkte. Implementieren Sie das Lernsystem in Python/Matlab (oder einer beliebigen Programmiersprache) und geben Sie das Ergebnis aus.

Aufgabe 7.5 B-Splines: Explizite Berechnungsvorschrift:

Aus der Vorlesung ist Ihnen bereits die rekursive Berechnungsvorschrift für B-Spline Basisfunktionen bekannt. Im Hinblick auf echtzeitfähige Anwendungen bietet sich jedoch eine explizite Berechnung an, wenn die Ordnung der zu berechnenden B-Spline Basisfunktionen feststeht. Leiten Sie für die B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 1 bis 3 diese explizite Berechnungsformeln her.

