

Übungen zum Modul: Algorithmisches Lernen, Part 2

SS 2009 Blatt 6

Ausgabe: 01.07.2009, Abgabe: 08.07.2009

Aufgabe 6.1 [6 Punkte] Lagrange Polynome:

Gegeben sind die vier Stützpunkte $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(3, -2)$, $(5, 4)$. Berechnen Sie mittels Lagrange Interpolation das Polynom $p_3(x)$ durch diese vier Punkte. Vereinfachen Sie die Gleichung dabei so weit wie möglich. Zeichnen Sie mit einem Tool Ihrer Wahl (z.B. `gnuplot` oder `matlab`) die vier Grundpolynome sowie das Polynom $p_3(x)$.

Aufgabe 6.2 [3 Punkte] B-Spline Basisfunktionen (Programmieraufgabe):

Zeichnen Sie die B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 1 bis 4 über den Intervallen $[t_i, t_{i+1}]$, $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

Aufgabe 6.3 [3 Punkte] B-Spline Kurven (Programmieraufgabe):

Legen Sie einige eindimensionale Punkte als Kontrollpunkte (de Boor-Punkte) fest, z.B. $0.5, 1.0, 0.3, 0.55, 0.2, 0.4, 0.1$, und erzeugen Sie eine Kurve über "Blending" (Mischen) mit den in Aufgabe gezeichneten B-Spline Basisfunktionen verschiedener Ordnungen.

Aufgabe 6.4 [5 Punkte] Lernen mit B-Splines:

Ein Lernsystem soll die einer Datenmenge zugrunde liegende Funktion so gut wie möglich approximieren. Die Funktion sei beschrieben durch $f(x) = (x-2)^2$. Das System kennt allerdings nur die entsprechenden Funktionswerte an den Stellen $x = 0, 1, 2, 3, 4$. Führen Sie mit Hilfe von B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 2 auf dem Intervall $[0, 4]$ das aus der Vorlesung bekannte Verfahren zum Erlernen der de Boor-Punkte aus. Initial seien alle de Boor-Punkte gleich 0.5 . Die Lernerate ϵ sei ebenfalls 0.5 . Führen Sie insgesamt 3 Lernschritte durch und zeichnen Sie nach jedem Schritt die resultierende B-Spline Kurve und notieren Sie die aktuellen Werte für die erlernten de Boor-Punkte. Implementieren Sie das Lernsystem in Matlab (oder einer beliebigen Programmiersprache) und geben Sie das Ergebnis aus.

Aufgabe 6.5 [4 Punkte] B-Splines: Explizite Berechnungsvorschrift:

Aus der Vorlesung ist Ihnen bereits die rekursive Berechnungsvorschrift für B-Spline Basisfunktionen bekannt. Im Hinblick auf echtzeitfähige Anwendungen bietet sich jedoch eine explizite Berechnung an, wenn die Ordnung der zu berechnenden B-Spline Basisfunktionen feststeht. Leiten Sie für die B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 1 bis 3 diese explizite Berechnungsformeln her.

