

Übungen zur Vorlesung 18.209 "Maschinelles Lernen"

SS 2007 Blatt 3

Ausgabe: 16.04.2007, Abgabe: 23.04.2007

Auf diesem Zettel sollen unterschiedliche Aufgaben zur Thematik der Funktionsapproximation mittels B-Splines bearbeitet werden.

Aufgabe 3.1 [4 Punkte] Explizite Berechnungsvorschrift:

Aus der Vorlesung ist Ihnen bereits die rekursive Berechnungsvorschrift für B-Spline Basisfunktionen bekannt. Im Hinblick auf echtzeitfähige Anwendungen bietet sich jedoch eine explizite Berechnung an, wenn die Ordnung der zu berechnenden B-Spline Basisfunktionen feststeht. Leiten Sie für die B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 1 bis 3 diese explizite Berechnungsformeln her.

Aufgabe 3.2 [3 Punkte] B-Spline Basisfunktionen (Programmieraufgabe):

Zeichnen Sie, z.B. mit einem Programm wie "gnuplot", die B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 1 bis 4 über den Intervallen $[t_i, t_{i+1}]$, $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

Aufgabe 3.3 [3 Punkte] B-Spline Kurven (Programmieraufgabe):

Legen Sie einige eindimensionale Punkte als Kontrollpunkte (de Boor-Punkte) fest, z.B. 0.5, 1.0, 0.3, 0.55, 0.2, 0.4, 0.1, und erzeugen Sie eine Kurve über "Blending" (Mischen) mit den in Aufgabe 3.2 gezeichneten B-Spline Basisfunktionen verschiedener Ordnungen.

Aufgabe 3.4 [5 Punkte] Lernen mit B-Splines:

Ein Lernsystem soll die einer Datenmenge zugrunde liegende Funktion so gut wie möglich approximieren. Die Funktion sei beschrieben durch $f(x) = (x-2)^2$. Das System kennt allerdings nur die entsprechenden Funktionswerte an den Stellen $x = 0, 1, 2, 3, 4$. Führen Sie mit Hilfe von B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 2 auf dem Intervall $[0, 4]$ das aus der Vorlesung bekannte Verfahren zum Erlernen der de Boor-Punkte aus. Initial seien alle de Boor-Punkte gleich 0.5. Die Lernerate ϵ sei ebenfalls 0.5. Führen Sie insgesamt 3 Lernschritte durch und zeichnen Sie nach jedem Schritt die resultierende B-Spline Kurve und notieren Sie die aktuellen Werte für die erlernten de Boor-Punkte.

